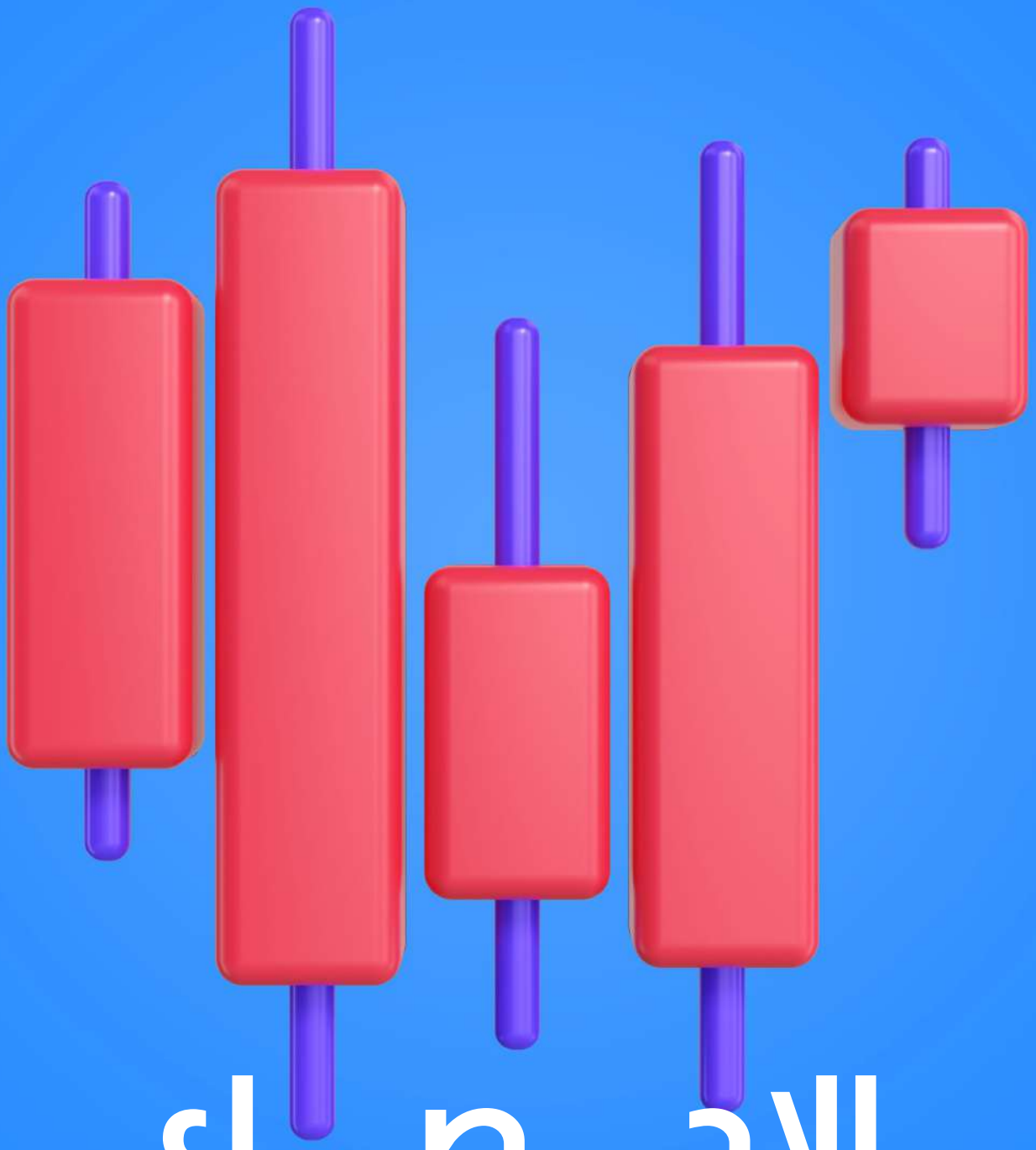


الإحصاء

الكورس الثاني

معلمي صفوة الكورسات
Kuwait-Teacher.com

11

UULA

الإحـــصـــاء

الـكـورس الثاني

١١

معلم الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

شلون تتفوق بدراستك

طريقة علا المتكاملة للدراسة تشمل الاستفادة من المذكرة و الفيديوهات و الاختبارات

علا تخلي المذكرة أقوى

تبي أعلى الدرجات؟ لا تعتمد على المذكرة بروحها – ادرس صح من الفيديوهات و الاختبارات

فيديوهات تشرح لك

تابع الفيديوهات و انت تدرس المذكرة عشان تضبط الدرس

اختبارات ذكية تدربك

حل الاختبارات الالكترونية أول بأول عشان ترفع مستواك

اشترك بالمادة

احرص على تفعيل اشتراكك عشان تستفيد كثر ما تقدر

اكتشف عالم التفوق مع باقات علا

ادرس جميع مواد مرحلتك باشتراك واحد بسعر خيالي

Kuwait Teacher.Com

المـــــنـــــقـــــذ

أقوى مذكرة صارت الحين أقوى و أقوى مع خاصية **المنقذ** للمساعدة الفورية

شنو المنقذ ؟
امسح الباركود بكاميرا تلفونك
وتعرف على طريقة استخدام المنقذ

شنو فايدة هالخاصية ؟
أول ما تحتاج مساعدة بالمادة , المنقذ بينقذك .

امسح الباركود بكاميرا التلفون أو اضغط عليه إذا كنت فاتح المذكرة من جهازك و يطلع لك فيديو الشرح.

KuwaitTeacher.Com

قائمة المحتوى

01 وصف البيانات

5 التوزيع الطبيعي

8 القيمة المعيارية

02 الاحتمال

10 طرق العد

12 مضروب عدد

13 التباديل

16 التوافيق

20 نظرية ذات الحدين

26 التجربة العشوائية وفضاء العينة

30 تعيين احتمالات الحدث

32 الأحداث المتنافية

33 مُتمم حدث

34 الحدثان المستقلان

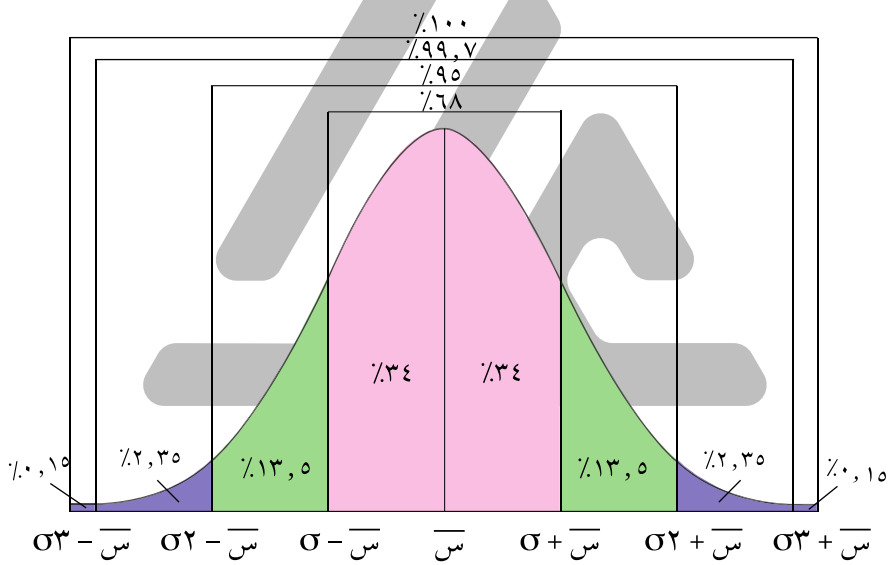
معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

©جميع الحقوق محفوظة

التوزيع الطبيعي

والتوزيع الطبيعي هو توزيع البيانات بشكل متماثل حول المتوسط الحسابي والمنحنى التكراري الذي يمثل هذه البيانات يأخذ شكل الجرس كما في الشكل التالي.

القاعدة التجريبية



حوالى ٩٥٪ من قيم هذه البيانات تقع على الفترة $[\bar{س} - ٢\sigma ، \bar{س} + ٢\sigma]$

معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

جميع الحقوق محفوظة ©

س لاحظت شركة تجارية أن المتوسط الحسابي لأرباحها ٤٧٥ دينارًا بانحراف معياري ١١٥ دينارًا

- طبّق القاعدة التجريبية.

حوالي ٦٨٪ من الأرباح تقع على الفترة $[\bar{س} - \sigma ، \bar{س} + \sigma]$

$[٤٧٥ - ١١٥ ، ٤٧٥ + ١١٥] = [٣٦٠ ، ٥٩٠]$

حوالي ٩٥٪ من الأرباح تقع على الفترة $[\bar{س} - ٢\sigma ، \bar{س} + ٢\sigma]$

$[٤٧٥ - ٢ \times ١١٥ ، ٤٧٥ + ٢ \times ١١٥] = [٢٤٥ ، ٧٠٥]$

حوالي ٩٩,٧٪ من الأرباح تقع على الفترة $[\bar{س} - ٣\sigma ، \bar{س} + ٣\sigma]$

$[٤٧٥ - ٣ \times ١١٥ ، ٤٧٥ + ٣ \times ١١٥] = [١٣٠ ، ٨٢٠]$

- هل وصلت أرباح هذه الشركة إلى ٧٥٠ دينارًا ؟ فسّر ذلك.

نعم من المتوقع لأن $٧٥٠ \in [١٣٠ ، ٨٢٠]$

UULA
معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

س يعلن مصنع لإنتاج المصابيح الكهربائية أن متوسط عمر المصباح الكهربائي من النوع (h) هو ٧٠٠ ساعة بانحراف اري ١٠٠ ساعة على افتراض أن المنحنى الممثل لتوزيع عمر المصابيح الكهربائية يقترب كثيرًا من التوزيع الطبيعي.

- طبّق القاعدة التجريبية.

حوالي ٦٨٪ من القيم تقع على الفترة $[\bar{س}-\sigma، \bar{س}+\sigma]$

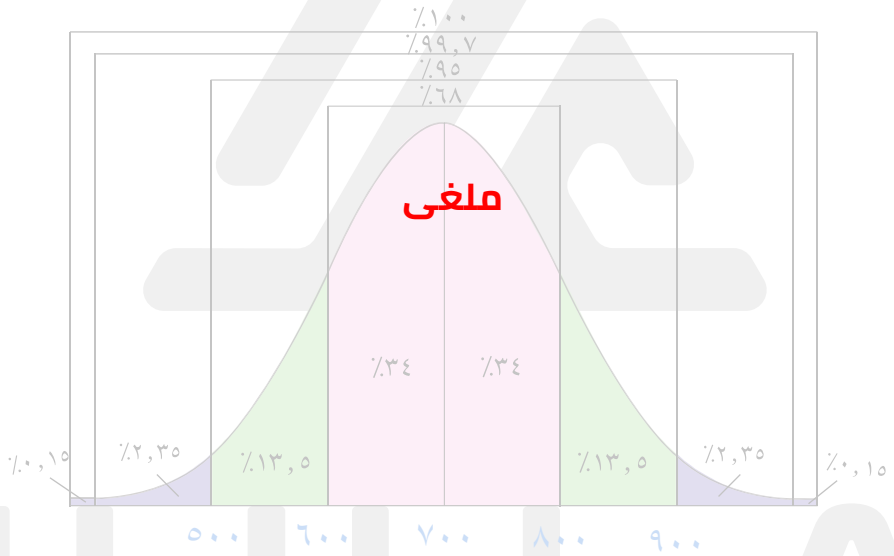
$[٧٠٠-١٠٠، ٧٠٠+١٠٠]=[٦٠٠، ٨٠٠]$

حوالي ٩٥٪ من القيم تقع على الفترة $[\bar{س}-٢\sigma، \bar{س}+٢\sigma]$

$[٧٠٠-٢\times١٠٠، ٧٠٠+٢\times١٠٠]=[٥٠٠، ٩٠٠]$

حوالي ٩٩,٧٪ من القيم تقع على الفترة $[\bar{س}-٣\sigma، \bar{س}+٣\sigma]$

$[٧٠٠-٣\times١٠٠، ٧٠٠+٣\times١٠٠]=[٤٠٠، ١٠٠٠]$



- أوجد النسبة المئوية للمصابيح الكهربائية من النوع (h) التي يزيد عمرها عن ٥٠٠ ساعة.

$٩٧,٥=٢,٥+١٣,٥+٣٤+٣٤+١٣,٥$ ∴ النسبة المئوية المطلوبة ٩٧,٥٪

- أوجد النسبة المئوية للمصابيح الكهربائية من النوع (h) التي يقل عمرها عن ٤٠٠ ساعة.

$\approx$ ٠,١٥٪

معلمة الكويت
Kuwaitteacher.Com

جميع الحقوق محفوظة ©

القيمة المعيارية

القيمة المعيارية

هو مؤشر يدل على انحراف قيمة مفردة من بيانات عن المتوسط الحسابي و ذلك باستخدام الانحراف المعياري لقيم هذه البيانات. إذا كان المطلوب مقارنة قيمتين لمفردتين مختلفتين تنتمي كل منهما إلى مجموعة محددة فإنه لا يكفي إحصائيًا.

$$\text{القيمة المعيارية } (ن) = \frac{\text{القيمة المفردة - المتوسط الحسابي}}{\text{الانحراف المعياري}} = \frac{س - \bar{س}}{\sigma}$$

س جاءت إحدى درجات طالب في مادة الفيزياء ١٥ حيث المتوسط الحسابي ١٤ و الانحراف المعياري ٣,٨ و في مادة الكيمياء ١٥ حيث المتوسط الحسابي ١٣ و الانحراف المعياري ٧,٨

ما القيمة المعيارية للدرجة ١٥ مقارنة مع درجات كل مادة ؟ أيهما أفضل ؟

الفيزياء	الكيمياء
$س = ١٥$	$س = ١٥$
$\bar{س} = ١٤$	$\bar{س} = ١٣$
$\sigma = ٣,٨$	$\sigma = ٧,٨$

$$ن_١ = \frac{س - \bar{س}}{\sigma} = \frac{١٥ - ١٤}{٣,٨} \approx ٠,٢٦٣$$

$$ن_٢ = \frac{س - \bar{س}}{\sigma} = \frac{١٥ - ١٣}{٧,٨} \approx ٠,٢٥٣$$

$\because ن_٢ < ن_١$ ∴ درجة الفيزياء هي الأفضل

UULA
معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

©جميع الحقوق محفوظة

س يسكن خالد في المدينة (أ) حيث إن طول قامته ١٨٠ سم و المتوسط الحسابي لأطوال قامات الرجال في هذه المدينة ١٧٤ سم مع انحراف معياري ١٢ سم. أما صالح فيسكن في المدينة ب حيث إن طول قامته ١٧٢ سم و المتوسط الحسابي لأطوال قامات الرجال في هذه المدينة ١٦٥ سم مع انحراف معياري ١٥.
أي منهما طول قامته أفضل من الآخر مقارنة مع أطوال الرجال في كل مدينة ؟

خالد	صالح
$س = ١٨٠$	$س = ١٧٢$
$\overline{س} = ١٧٤$	$\overline{س} = ١٦٥$
$\sigma = ١٢$	$\sigma = ١٥$
$ن_{١} = \frac{س - \overline{س}}{\sigma} = \frac{١٨٠ - ١٧٤}{١٢} = ٠,٥$	$ن_{٢} = \frac{س - \overline{س}}{\sigma} = \frac{١٧٢ - ١٦٥}{١٥} \approx ٠,٤٧$

$\because ن_{١} > ن_{٢}$ $\therefore$ طول خالد هو الأفضل

UULA
معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

©جميع الحقوق محفوظة

طُرق العد

العد عن طريق القوائم

س باستخدام ثلاثة أحرف من كلمة ناصر و دون تكرار أي حرف منها , كم كلمة مختلفة يمكن الحصول عليها ؟ (لها معنى أو بدون معنى)

ن	١	ص	ص	١	ر	ر	ن	ص
ن	١	ر	ص	١	ن	ر	ن	ر
ن	ص	ر	ص	ر	١	ر	ن	ن
ن	ص	١	ص	ر	ن	ر	ص	ر
ن	ر	ص	ص	ن	١	ر	ص	ن
ن	ر	١	ص	ن	ر	ر	ص	ص

ملغى

عدد الكلمات = ٢٤ كلمة

المبدأ الأساسي للعد

س لوحات السيارات في إحدى القرى السياحية تبدأ من اليمين بحرف من حروف الأبجدية يتبعه رقمان يتم اختيارهما من المجموعة { ١ , ٢ , ٣ , ٤ , ٥ , ٦ }

كم عدد لوحات السيارات الممكنة بحيث أنه لا يوجد تكرار لأي من الحروف أو الأرقام في أي من لوحات السيارات ؟

حرف		رقم		رقم		
٢٨	x	٦	x	٥	=	٨٤٠ طريقة

س في السؤال السابق كم عدد اللوحات إذا كانت اللوحات تبدأ من اليمين بحرف من حروف الأبجدية يتبعه ثلاثة أرقام يتم اختيارها من المجموعة { ١ , ٢ , ٣ , ٤ , ٥ , ٦ }

حرف		رقم		رقم		رقم		
٢٨	x	٦	x	٥	x	٤	=	٣٣٦٠ طريقة

UULA
صفوة الكويت
KuwaitTeacher.Com

جميع الحقوق محفوظة ©

س كم عدد الأعداد المكون رمز كل منها من ثلاثة أرقام مأخوذة من عناصر المجموعة { ١ , ٣ , ٦ , ٩} في كل مما يلي :

- إذا سمح بالتكرار.

مئات		عشرات		آحاد
٤	x	٤	=	٦٤

- إذا لم يسمح التكرار.

مئات		عشرات		آحاد
٢	x	٣	=	٢٤

- إذا كان العدد فردي و يسمح بالتكرار.

مئات		عشرات		آحاد
٤	x	٤	=	٤٨

UULA
معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

©جميع الحقوق محفوظة

مضروب العدد

$$ن! = ن \times (ن-١) \times (ن-٢) \times (ن-٣) \times \ldots \times ٣ \times ٢ \times ١$$

$$ن! = ن \times (ن-١)!$$

$$٠! = ١$$

احسب (موضحًا خطوات الحل):

س $٥!$ $= ٥ \times ٤ \times ٣ \times ٢ \times ١ = ١٢٠$

س $\frac{١٢!}{٩!}$ $= \frac{١٢ \times ١١ \times ١٠ \times ٩!}{٩!} = ١٣٢٠$

س $\frac{١٦!}{١٢! \times ٤!}$ $= \frac{١٦ \times ١٥ \times ١٤ \times ١٣ \times ١٢!}{١٢! \times ٤ \times ٣ \times ٢ \times ١} = ١٨٢٠$

س $٧!$ $= ٧ \times ٦ \times ٥ \times ٤ \times ٣ \times ٢ \times ١ = ٥٠٤٠$

س $\frac{١٠!}{٨!}$ $= \frac{١٠ \times ٩ \times ٨!}{٨!} = ٩٠$

س $\frac{١٤!}{٨! \times ٧!}$ $= \frac{١٤ \times ١٣ \times ١٢ \times ١١ \times ١٠ \times ٩ \times ٨!}{٨! \times ٧ \times ٦ \times ٥ \times ٤ \times ٣ \times ٢ \times ١} = ٤٢٩$

UULA
معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

©جميع الحقوق محفوظة

التباديل

قانون التبادل

$$ل^{ن}_{ر} = \frac{!ن}{!(ن-ر)} \qquad ن \geq ر \qquad ن، ر \in صـ$$

أوجد قيمة كل مما يلي (موضحًا خطوات الحل):

س $ل^{٨}_{٣}$

$$= \frac{!٨}{!(٣-٨)} = ٨ \times ٧ \times ٦ = ٣٣٦$$

س $ل^{٧}_{٣} + ل^{٧}_{٥}$

$$= \frac{!٧}{!(٣-٧)} + \frac{!٧}{!(٥-٧)}$$

$$= ٧ \times ٦ \times ٥ + ٣ \times ٤ \times ٥ \times ٦ \times ٧$$

$$= ٢١٠ + ٢٥٢٠$$

$$= ٢٧٣٠$$

س $\frac{ل^{٩}_{٥}}{ل^{٨}_{٤}}$

$$= \frac{\frac{!٩}{!(٥-٩)}}{\frac{!٨}{!(٤-٨)}}$$

$$= \frac{٩ \times ٨ \times ٧ \times ٦ \times ٥}{٥ \times ٦ \times ٧ \times ٨}$$

$$= ٩$$

UULA
معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

جميع الحقوق محفوظة ©

أوجد قيمة كل مما يلي (موضحًا خطوات الحل):

س ${}^{٧}ل_{٤}$

$$= \frac{!٧}{!(٤-٧)} = ٧ \times ٦ \times ٥ \times ٤ = ٨٤٠$$

س ${}^{٥}ل_{٤} + {}^{٥}ل_{٥}$

$$= \frac{!٥}{!(٤-٧)} + \frac{!٥}{!(٥-٥)}$$

$$= ٥ \times ٤ \times ٣ \times ٢ + ١ \times ٢ \times ٣ \times ٤ \times ٥$$

$$= ١٢٠ + ١٢٠$$

$$= ٢٤٠$$

س $\frac{{}^{١٠}ل_{٧}}{{}^{٩}ل_{٦}}$

$$= \frac{\frac{!١٠}{!(٧-١٠)}}{\frac{!٩}{!(٦-٩)}}$$

$$= \frac{١٠ \times ٩ \times ٨ \times ٧ \times ٦ \times ٥ \times ٤}{٩ \times ٨ \times ٧ \times ٦ \times ٥ \times ٤}$$

$$= ١٠$$

UULA
معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

©جميع الحقوق محفوظة

س فصل فيه ٢٠ طالباً. يراد اختيار ثلاثة منهم على أن يكون الأول رئيسًا و الثاني نائبًا للرئيس و الثالث أمينًا للسر.
بكم طريقة يمكن احتيار الطلاب الثلاثة ؟

$$ل_{٣}^{٢٠} = \frac{!٢٠}{!(٣-٢٠)}$$

$$= ٢٠ \times ١٩ \times ١٨$$

$$= ٦٨٤٠$$

س ما عدد الكلمات المكونة من ٣ أحرف مختلفة التي يمكن تكوينها باستخدام أحرف كلمة "سعود" ؟

$$ل_{٣}^{٤} = \frac{!٤}{!(٣-٤)}$$

$$= ٤ \times ٣ \times ٢$$

$$= ٢٤ \text{ قمل}ك$$

س بعد انتهاء مباراة كرة القدم بالتعادل , أراد المدرب اختيار ٥ لاعبين بالترتيب لركلات الترجيح
بكم طريقة يمكن اختيار اللاعبين الخمسة من بين اللاعبين الأحد عشر ؟

$$ل_{٥}^{١١} = \frac{!١١}{!(٥-١١)}$$

$$= ١١ \times ١٠ \times ٩ \times ٨ \times ٧$$

$$= ٥٥٤٤٠$$

UULA
معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

التوافيق

$$ق^{ن}_{ر} = \frac{ل^{ن}_{ر}}{ر!} \qquad ق^{ن}_{ر} = \frac{ن!}{ر!\,(ن-ر)!}$$

ملاحظات هامة

- عندما $ر = ٠$ فرّعي $ق^{ن}_{٠} = ١$
- $ق^{ن}_{ن} = ١$
- $ق^{ن}_{١} = ن$
- $ق^{ن}_{ر} = ق^{ن}_{ن-ر}$

$$ق^{٧}_{٣} = \frac{٧!}{٣!\,(٧-٣)!} = \frac{٧\times٦\times٥}{٣!} = ٣٥$$

س في إحدى محافظات دولة الكويت ٨ صيدليات. يريد المسؤولون اختيار ٣ صيدليات منها لتأمين دوام ليلي.
بكم طريقة ممكنة يمكن اختيار الصيدليات الثلاث ؟

$$ق^{٨}_{٣} = \frac{٨!}{٣!\,(٨-٣)!} = \frac{٨\times٧\times٦}{٣!} = ٥٦$$

س في محافظة أخرى ١٢ صيدلية و الطلوب اختيار ٤ صيدليات منها لتأمين دوام ليلي.
بكم طريقة ممكنة يمكن اختيار الصيدليات الأربع ؟

$$ق^{١٢}_{٤} = \frac{١٢!}{٤!\,(١٢-٤)!} = \frac{١٢\times١١\times١٠\times٩}{٤!} = ٤٩٥$$

UULA
معلمة الكويت
KuwaitTeacher.Com

جميع الحقوق محفوظة ©

س أراد مدير مدرسة تشكيل لجنة من ٨ طلاب للتحضير لاحتفال نهاية العام الدراسي. عليه اختيار ٤ من بين ١٨ مرشحًا من الصف الثاني عشر , و ٣ من بين ١٤ مرشحًا من الصف الحادي عشر , و ١ من بين ١١ مرشحًا من الصف العاشر.
بكم طريقة مختلفة يمكن للمدير تكوين اللجنة ؟

$$= {}^{١}ت_{١١} \times {}^{٣}ت_{١٤} \times {}^{٤}ت_{١٨}$$

$$= ١١ \times \frac{!١٤}{!٣ \quad !(١٤-٣)} \times \frac{!١٨}{!٤ \quad !(١٨-٤)}$$

$$١١ \times ٣٦٤ \times ٣٠٦٠ = ٤٠ ٢٤٠ ٢٥٢ ١٢$$

س في الصف الحادي عشر ٢٠ طالبًا , و في الصف العاشر ٢٤ طالبًا. أراد معلم الرياضة اختيار ٦ طلاب من الصف الحادي عشر و ٥ طلاب من الصف العاشر لتشكيل فريق كرة قدم.
كم عدد الفرق التي بإمكانه تشكيلها ؟

$$= {}^{٥}ت_{٢٤} \times {}^{٦}ت_{٢٠}$$

$$= \frac{!٢٤}{!٥ \quad !(٢٤-٥)} \times \frac{!٢٠}{!٦ \quad !(٢٠-٦)}$$

$$٣٨٧٦٠ \times ٤٢٥٠٤ = ٤٠ ٤٥٥ ٠٤٠ ١٦٤٧$$

UULA
معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

حلّ كل معادلة مما يلي حيث ن عدد صحيح موجب أكبر من ٢ .

س $^{ن}ق_{٢} = ١٠$

$$\frac{ن(ن-١)}{!٢} = ١٠$$

$$\frac{ن(ن-١)}{!٢} = \frac{١٠}{١}$$

$$ن(ن-١) = ٢٠$$

$$ن(ن-١) = ٥ \times ٤$$

$$\therefore ن = ٥$$

س $^{ن}ل_{٢} = ١٢ن$

$$\frac{ك(ن-١)}{ك} = \frac{١٢ك}{ك} \quad ن \neq ٠$$

$$ن - ١ = ١٢$$

$$ن = ١٢ + ١$$

$$= ١٣$$

س $^{ن}ق_{٢} = ن$

$$\frac{ن(ن-١)}{!٢} = ن$$

$$\frac{ك(ن-١)}{٢} = ك \quad (\div ن) \quad ن \neq ٠$$

$$\frac{ن-١}{٢} = \frac{١}{١}$$

$$ن - ١ = ٢ \quad \leftarrow \quad ن = ٢ + ١ = ٣$$

UULA
معلمي الكويت
صفوة
Kuwaitteacher.Com

جميع الحقوق محفوظة ©

حل كل معادلة مما يلي حيث ن عدد صحيح موجب أكبر من ٢ .

س $ن^{ن+١}ق_{٢} = ٢ن$

$$ن٢ = \frac{ن(١+ن)}{!٢}$$

$$ن٢ = \frac{ن(١+ن)}{٢} \quad (\div ن) \quad ن \neq ٠$$

$$\frac{٢}{١} = \frac{١+ن}{٢}$$

$$ن+١ = ٤ \leftarrow ن = ٤-١ = ٣$$

س $ن^{ن}ل_{٣} = ٢٤$

$$ن(ن-١)(ن-٢) = ٢٤$$

$$ن(ن-١)(ن-٢) = ٤ \times ٣ \times ٢$$

$$\therefore ن = ٤$$

س $ن^{ن}ق_{٣} = ن^{ن}ل_{٢}$

$$ن(ن-١) = \frac{ن(ن-١)(ن-٢)}{!٣}$$

$$!٣ = ٣ \times ٢ \times ١ = ٦$$

$$ن(ن-١) = \frac{ن(ن-١)(ن-٢)}{٦} \quad ن(ن-١) \neq ٠$$

$$\frac{١}{١} = \frac{ن-٢}{٦}$$

$$ن-٢ = ٦ \leftarrow ن = ٦+٢ = ٨$$

UULA
معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

نظرية ذات الحدين

الصف ٠					١					
الصف ١				١		١				
الصف ٢			١		٢		١			
الصف ٣		١		٣		٣		١		
الصف ٤	١		٤		٦		٤		١	
الصف ٥	١	٥		١٠		١٠		٥		١

هذا ما يسمى **بمثلث باسكال.**

س أوجد الصف السادس من مثلث باسكال إذا علمت أن الصف الخامس هو:

١ ٥ ١٠ ١٠ ٥ ١

١ ٦ ١٥ ٢٠ ١٥ ٦ ١

UULA
معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

©جميع الحقوق محفوظة

س أوجد مفكوك $(أ+ب)^{٦}$ مستخدمًا مثلث باسكال إذا علمت أن الصف الخامس هو

$$١ \quad ٥ \quad ١٠ \quad ١٠ \quad ٥ \quad ١$$

$$ص^{٥} \quad ص^{٦}$$

$$١ \quad ٦ \quad ١٥ \quad ٢٠ \quad ١٥ \quad ٦ \quad ١$$

$$أ^{٦} \quad أ^{٥} \quad أ^{٤} \quad أ^{٣} \quad أ^{٢} \quad أ \quad ١$$

$$١ \quad ب \quad ب^{٢} \quad ب^{٣} \quad ب^{٤} \quad ب^{٥} \quad ب^{٦}$$

$$(أ+ب)^{٦} = أ^{٦} + ٦أ^{٥}ب + ١٥أ^{٤}ب^{٢} + ٢٠أ^{٣}ب^{٣} + ١٥أ^{٢}ب^{٤} + ٦أب^{٥} + ب^{٦}$$

س أوجد مفكوك $(أ+ب)^{٧}$ مستخدمًا مثلث باسكال

$$١ \quad ٥ \quad ١٠ \quad ١٠ \quad ٥ \quad ١$$

$$ص^{٥} \quad ص^{٦}$$

$$١ \quad ٦ \quad ١٥ \quad ٢٠ \quad ١٥ \quad ٦ \quad ١$$

$$ص^{٧}$$

$$١ \quad ٧ \quad ٢١ \quad ٣٥ \quad ٣٥ \quad ٢١ \quad ٧ \quad ١$$

$$أ^{٧} \quad أ^{٦} \quad أ^{٥} \quad أ^{٤} \quad أ^{٣} \quad أ^{٢} \quad أ \quad ١$$

$$١ \quad ب \quad ب^{٢} \quad ب^{٣} \quad ب^{٤} \quad ب^{٥} \quad ب^{٦} \quad ب^{٧}$$

$$(أ+ب)^{٧} = أ^{٧} + ٧أ^{٦}ب + ٢١أ^{٥}ب^{٢} + ٣٥أ^{٤}ب^{٣} + ٣٥أ^{٣}ب^{٤} + ٢١أ^{٢}ب^{٥} + ٧أب^{٦} + ب^{٧}$$

UULA
معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

©جميع الحقوق محفوظة

نظرية ذات الحدين

لأي عدد صحيح موجب ن

$$(أ+ب)^{ن} =$$

$$ق_{0}^{ن} أ^{ن} + ق_{1}^{ن} أ^{ن-1} ب + ق_{2}^{ن} أ^{ن-2} ب^{2} + ... + ق_{ن-1}^{ن} أ ب^{ن-1} + ق_{ن}^{ن} ب^{ن}$$

س استخدم نظرية ذات الحدين لإيجاد مفكوك $(س+٣)^{٥}$

$ق_{0}^{٥}$	$ق_{1}^{٥}$	$ق_{2}^{٥}$	$ق_{3}^{٥}$	$ق_{4}^{٥}$	$ق_{5}^{٥}$
١	٥	١٠	١٠	٥	١
$س^{٥}$	$س^{٤}$	$س^{٣}$	$س^{٢}$	س	١
١	٣	$٣^{٢}$	$٣^{٣}$	$٣^{٤}$	$٣^{٥}$

$\therefore (س+٣)^{٥} = س^{٥} + ١٥ س^{٤} + ٩٠ س^{٣} + ٢٧٠ س^{٢} + ٤٠٥ س + ٢٤٣$

س استخدم نظرية ذات الحدين لإيجاد مفكوك $(س+٢)^{٦}$

$ق_{0}^{٦}$	$ق_{1}^{٦}$	$ق_{2}^{٦}$	$ق_{3}^{٦}$	$ق_{4}^{٦}$	$ق_{5}^{٦}$	$ق_{6}^{٦}$
١	٦	١٥	٢٠	١٥	٦	١
$س^{٦}$	$س^{٥}$	$س^{٤}$	$س^{٣}$	$س^{٢}$	س	١
١	٢	$٢^{٢}$	$٢^{٣}$	$٢^{٤}$	$٢^{٥}$	$٢^{٦}$

$\therefore (س+٢)^{٦} = س^{٦} + ١٢ س^{٥} + ٦٠ س^{٤} + ١٦٠ س^{٣} + ٢٤٠ س^{٢} + ١٩٢ س + ٦٤$

UULA
معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

جميع الحقوق محفوظة ©

س أوجد مفكوك $(٣س - ٤ص)^{٣}$

$ق_{٠}^{٣}$	$ق_{١}^{٣}$	$ق_{٢}^{٣}$	$ق_{٣}^{٣}$
١	٣	٣	١
$(٣س)^{٣}$	$(٣س)^{٢}$	$(٣س)$	١
١	$(-٤ص)$	$(-٤ص)^{٢}$	$(-٤ص)^{٣}$

$\therefore (٣س - ٤ص)^{٣} = ٣^{٣}س^{٣} + ٣ \times ٣^{٢}س^{٢} \times (-٤)ص + ٣ \times ٣س \times (-٤)^{٢}ص^{٢} + (-٤)^{٣}ص^{٣}$

$= ٢٧س^{٣} - ١٠٨س^{٢}ص + ١٤٤اسص^{٢} - ٦٤ص^{٣}$

س أوجد مفكوك $(٢س - ٣ص)^{٤}$

$ق_{٠}^{٤}$	$ق_{١}^{٤}$	$ق_{٢}^{٤}$	$ق_{٣}^{٤}$	$ق_{٤}^{٤}$
١	٤	٦	٤	١
$(٢س)^{٤}$	$(٢س)^{٣}$	$(٢س)^{٢}$	$(٢س)$	١
١	$(-٣ص)$	$(-٣ص)^{٢}$	$(-٣ص)^{٣}$	$(-٣ص)^{٤}$

$\therefore (٢س - ٣ص)^{٤} = ٢^{٤}س^{٤} + ٤ \times ٢^{٣}س^{٣} \times (-٣)ص + ٦ \times ٢^{٢}س^{٢} \times (-٣)^{٢}ص^{٢}$

$+ ٤ \times ٢س \times (-٣)^{٣}ص^{٣} + (-٣)^{٤}ص^{٤}$

$= ١٦س^{٤} - ٩٦س^{٣}ص + ٢١٦س^{٢}ص^{٢} - ٢١٦سص^{٣} + ٨١ص^{٤}$

UULA
معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

©جميع الحقوق محفوظة

الحد الذي ترتيبه ر+١ يرمز له بالرمز

$$ح_{ر+١} = ن_{ر} \, أ^{ن-ر} \, ب^{ر}$$

س أوجد الحد الثالث في مفكوك $(٢س + ص)^{٥}$

$ح_{ر+١} = ن_{ر} \, أ^{ن-ر} \, ب^{ر}$

$ن = ٥$

$أ = ٢س$

$ب = ص$

$ر = ٢$

$ح_{٣} = ن_{٢} \, (٢س)^{٥-٢} \, (ص)^{٢}$

$= ١٠ \times ٢^{٣} \, س^{٣} \, ص^{٢}$

$= ٨٠ \, س^{٣} \, ص^{٢}$

$ن_{٢}^{٥} = \frac{!٥}{!(٥-٢) \; !٢} = ١٠$

س أوجد الحد السادس في مفكوك $(س + ٢ص)^{٧}$

$ح_{ر+١} = ن_{ر} \, أ^{ن-ر} \, ب^{ر}$

$ن = ٧$

$أ = س$

$ب = ٢ص$

$ر = ٥$

$= ن_{٥}^{٧} \, س^{٧-٥} \, (٢ص)^{٥}$

$= ٢١ \, س^{٢} \, ٢^{٥} \, ص^{٥}$

$= ٦٧٢ \, س^{٢} \, ص^{٥}$

$ن_{٥}^{٧} = \frac{!٧}{!(٧-٥) \; !٥} = ٢١$

UULA
معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

©جميع الحقوق محفوظة

س في مفكوك (٣س - ٢)^{٨} أوجد معامل س^{٥}

ح$_{ر+١}$ = ^{ن} ق$_{ر}$ ا$^{ن-ر}$ ب^{ر}

ن = ٨

ا = ٣س

ب = −٢

ر = ؟

ح$_{ر+١}$ = ^{٨} ق$_{ر}$ (٣س)$^{٨-ر}$ (−٢)^{ر}

٨ − ر = ٥

ر = ٣

ح$_{٤}$ = ^{٨} ق$_{٣}$ (٣س)$^{٨-٣}$ (−٢)^{٣}

= ٥٦ × ٣^{٥} س^{٥} (−٢)^{٣}

= −١٠٨٨٦٤ س^{٥}

∴ المعامل س^{٥} = −١٠٨٨٦٤

^{٨}ق$_{٣}$ = $\frac{!٨}{!٣ \quad !(٣-٨)}$ = ٥٦

س في مفكوك (٣س - ٢)^{٨} أوجد معامل س^{٦}

ح$_{ر+١}$ = ^{ن} ق$_{ر}$ ا$^{ن-ر}$ ب^{ر}

ن = ٨

ا = ٣س

ب = −٢

ر = ؟

ح$_{ر+١}$ = ^{٨} ق$_{ر}$ (٣س)$^{٨-ر}$ (−٢)^{ر}

٨ − ر = ٦

ر = ٢

ح$_{٣}$ = ^{٨} ق$_{٢}$ (٣س)$^{٨-٢}$ (−٢)^{٢}

= ٢٨ × ٣^{٦} س^{٦} (−٢)^{٢}

= ٨١٦٤٨ س^{٦}

∴ المعامل س^{٦} = ٨١٦٤٨

^{٨}ق$_{٢}$ = $\frac{!٨}{!٢ \quad !(٢-٨)}$ = ٢٨

UULA
معلمة الكويت
Kuwaitteacher.Com

©جميع الحقوق محفوظة

التجربة العشوائية وفضاء العيّنة

في تجربة رمي حجر نرد منتظم مرتين متتاليتين.

س اكتب عناصر فضاء العينة.

ف	١	٢	٣	٤	٥	٦
١	(١،١)	(٢،١)	(٣،١)	(٤،١)	(٥،١)	(٦،١)
٢	(١،٢)	(٢،٢)	(٣،٢)	(٤،٢)	(٥،٢)	(٦،٢)
٣	(١،٣)	(٢،٣)	(٣،٣)	(٤،٣)	(٥،٣)	(٦،٣)
٤	(١،٤)	(٢،٤)	(٣،٤)	(٤،٤)	(٥،٤)	(٦،٤)
٥	(١،٥)	(٢،٥)	(٣،٥)	(٤،٥)	(٥،٥)	(٦،٥)
٦	(١،٦)	(٢،٦)	(٣،٦)	(٤،٦)	(٥،٦)	(٦،٦)

س كم عدد النواتج الممكنة ؟

ن(ف) = ٣٦

معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

جميع الحقوق محفوظة

س في الكيس الأول ٥ كرات متماثلة مرقمة من ١ إلى ٥ و في الكيس الثاني ٥ كرات متماثلة مرقمة من ٦ إلى ١٠. سحبت عشوائيًا كرة من الكيس الأول ثم سحبت كرة من الكيس الثاني.

- اكتب كل عناصر فضاء العينة.

ف	٦	٧	٨	٩	١٠
١	(٦،١)	(٧،١)	(٨،١)	(٩،١)	(١٠،١)
٢	(٦،٢)	(٧،٢)	(٨،٢)	(٩،٢)	(١٠،٢)
٣	(٦،٣)	(٧،٣)	(٨،٣)	(٩،٣)	(١٠،٣)
٤	(٦،٤)	(٧،٤)	(٨،٤)	(٩،٤)	(١٠،٤)
٥	(٦،٥)	(٧،٥)	(٨،٥)	(٩،٥)	(١٠،٥)

- كم عدد النواتج الممكنة ؟

ن(ف) = ٢٥

UULA
معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

©جميع الحقوق محفوظة

الحدث

الحدث

هو مجموعة جزئية من فضاء العينة و قد يساويه.

أنواع الحدث

- **الحدث البسيط** يحتوى على عنصر واحد.
- **الحدث المركب** يحتوي على أكثر من عنصر.
- **الحدث المستحيل** هو مجموعة جزئية خالية من فضاء العينة ف و يرمز له بالرمز ϕ أو {}.
- **الحدث المؤكد** هو مجموعة جزئية من فضاء العينة ف و يساويه.

UULA
معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

©جميع الحقوق محفوظة

في تجربة إلقاء قطعة نقود معدنية منتظمة ثلاث مرّات متتالية, أوجد:

س فضاء العيّنة (ف).

$$ف = \{(ص،ص،ص)، (ص،ص،ك)، (ص،ك،ص)، (ك،ص،ص)، (ص،ك،ك)، (ك،ص،ك)، (ك،ك،ص)، (ك،ك،ك)\}$$

$$ن(ف) = ٨$$

س الحدث ا : "ظهور صورتين و كتابة".

$$ا = \{(ص،ص،ك)، (ص،ك،ص)، (ك،ص،ص)\}$$

س الحدث ب : "ظهور ثلاث صور".

$$ب = \{(ص،ص،ص)\}$$ طي س ب

س الحدث جـ : "ظهور صورة واحدة على الأقل".

$$جـ = \{(ص،ص،ص)، (ص،ص،ك)، (ص،ك،ص)، (ك،ص،ص)، (ك،ك،ص)، (ك،ص،ك)، (ص،ك،ك)\}$$

س الحدث ر : "ظهور صورة واحدة على الأكثر.

$$ر = \{(ك،ك،ص)، (ك،ص،ك)، (ص،ك،ك)، (ك،ك،ك)\}$$

س الحدث ا : "ظهور كتابتين و صورة".

$$ا = \{(ك،ك،ص)، (ك،ص،ك)، (ص،ك،ك)\}$$

س الحدث ب "ظهور كتابة واحدة على الأقل".

$$ب = \{(ص،ص،ك)، (ص،ك،ص)، (ك،ص،ص)، (ك،ك،ص)، (ك،ص،ك)، (ص،ك،ك)، (ك،ك،ك)\}$$

UULA
معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

جميع الحقوق محفوظة ©

تعيين احتمالات الحدث

احتمال وقوع الحدث

إذا كان ا حدثًا في فضاء عيّنة ف (منته و غير خال) لتجربة عشوائية نتائجها لها فرص الظهور نفسها, فإن احتمال وقوع الحدث ا هو :

$$ل(ا) = \frac{\text{عدد نواتج ا}}{\text{عدد نواتج ف}} = \frac{ن(ا)}{ن(ف)}$$

الاسم	متغير
عدد عناصر الحدث ا	$ن(ا)$
عدد عناصر الحدث ف	$ن(ف)$

خواص الاحتمال لحدث ما

ليكن ا حدث في فضاء عينة ف (منته و غير خال) فإن :

- $٠ \leq ل(ا) \leq ١$
- إذا كان $ا = \{\}$ فإن $ل(ا) = ٠$ و يسمى ا بالحدث المستحيل
- إذا كان $ا = ف$ فإن $ل(ا) = ١$ و يسمى ف بالحدث المؤكد

معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

جميع الحقوق محفوظة ©

س ما احتمال اختيار رقم هاتف عشوائيًا مكّون من ٥ أرقام مختلفة من عناصر المجموعة {١ ، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ٧}

$$ل(أ) = \frac{ن(أ)}{ن(ف)} = \frac{٣ \times ٤ \times ٥ \times ٦ \times ٧}{٧ \times ٧ \times ٧ \times ٧ \times ٧} = \frac{٣٦٠}{٢٤٠١}$$

س ما احتمال اختيار رقم هاتف عشوائيًا مكّون من ٧ أرقام مختلفة ؟

$$ل(ب) = \frac{ن(ب)}{ن(ف)} = \frac{١ \times ٢ \times ٣ \times ٤ \times ٥ \times ٦ \times ٧}{٧ \times ٧ \times ٧ \times ٧ \times ٧ \times ٧ \times ٧} = \frac{٧٢٠}{١١٧٦٤٩}$$

يبيّن الجدول أدناه وسيلة النقل التي يستخدمها طلاب الصف الحادي عشر بشعبتيه للمجيء إلى المدرسة. اختير طالب عشوائيًا من بين طلاب شعبتي الصف الحادي عشر.

	الشعبة أ	الشعبة ب
الحافلة المدرسية	١٦	١٥
مع الأهل	٦	٨
سيارة نقل عام	٤	٣

س ما احتمال أن يكون هذا الطالب من الذين يستقلون الحافلة المدرسية للمجيء إلى المدرسة؟ بفرض الحدث هو (أ)

$$ل(أ) = \frac{ن(أ)}{ن(ف)} = \frac{٣١}{٥٢}$$

س في المثال (٣) ما احتمال أن يكون هذا الطالب من الذين يذهبون للمدرسة مع الأهل ؟ بفرض الحدث هو (ب)

$$ل(ب) = \frac{ن(ب)}{ن(ف)} = \frac{١٤}{٥٢}$$

UULA
معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

الأحداث المتنافية

الحدثان المتنافيان

$أ \cap ب \neq \phi$

س في تجربة إلقاء حجر نرد.
ما احتمال الحدث "الحصول على عدد أصغر من ٢ أو من مضاعفات العدد ٣؟

$ف = \{١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦\}$

$أ = \{١\}$ $ب = \{٣، ٦\}$

$أ \cap ب = \phi$ ن أ، ب متنافيان

$د(أ \cup ب) = د(أ) + د(ب) - د(أ \cap ب)$

$= \frac{١}{٦} + \frac{٢}{٦} - ر ف ص$

$= \frac{١}{٢}$

س تختار مها عشوائيًا عددًا بين الصفر و ٩.
ما احتمال أن تختار مها عددًا أكبر من ٦ أو عددًا أصغر من ٣؟

$ف = \{٠، ١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ٧، ٨، ٩\}$

$ج = \{٧، ٨، ٩\}$ $ح = \{٠، ١، ٢\}$

$ج \cap ح = \phi$ ن ج، ح متنافيان

$د(ج \cup ح) = د(ج) + د(ح) - د(ج \cap ح)$

$= \frac{٣}{١٠} + \frac{٣}{١٠} - ٠$

$= \frac{٦}{١٠} = \frac{٣}{٥}$

UULA
معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

جميع الحقوق محفوظة ©

متمم حدث

متمم الحدث ا و يرمز له بالرمز $\overline{ا}$

قاعدة الحدث المتمم

إذا كانت ا حدثًا و فاحتمال عدم حدوث ا هو

$$ل(\overline{ا}) = ١ - ل(ا)$$

س في تجربة رمي حجر نرد منتظم,
إذا كان الحدث ا "ظهور عدد أكبر من أو يساوي ٥" أوجد ما يلي :

- ل(ا)
- $ل(\overline{ا})$

ف = {١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦}

ا = {٥، ٦}

$$ل(ا) = \frac{ن(ا)}{ن(ف)} = \frac{٢}{٦} = \frac{١}{٣}$$

$$ل(\overline{ا}) = ١ - ل(ا) = ١ - \frac{١}{٣} = \frac{٢}{٣}$$

س في تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرتين متتاليتين أوجد احتمال الحصول على عددين مختلفين.

$$\overline{ا} = \{(١،١)، (٢،٢)، (٣،٣)، (٤،٤)، (٥،٥)، (٦،٦)\}$$

$$ل(\overline{ا}) = \frac{ن(\overline{ا})}{ن(ف)} = \frac{٦}{٣٦} = \frac{١}{٦}$$

$$\therefore ل(ا) = ١ - ل(\overline{ا}) = ١ - \frac{١}{٦} = \frac{٥}{٦}$$

UULA
صوت الكويت
KuwaitTeacher.Com

جميع الحقوق محفوظة ©

الحدثان المستقلان

$$ل(أ \cap ب) = ل(أ) \bullet ل(ب)$$

س يلعب ابراهيم و يوسف لعبة رمي السهم.
احتمال أن يصيب ابراهيم الهدف يساوي $\frac{٢}{٥}$ و احتمال أن يصيب يوسف الهدف يساوي $\frac{١}{٣}$ رمى كل منهما سهمًا على الهدف , ما احتمال :

- أن يصيب كل من ابراهيم و يوسف الهدف؟

$ل(م) = \frac{٢}{٥}$ $ل(ف) = \frac{١}{٣}$ م ، ف مستقلان

$ل(ف \cap م) = ل(ف) \times ل(م) = \frac{١}{٣} \times \frac{٢}{٥} = \frac{٢}{١٥}$

- إصابة الهدف ؟

$ل(ف \cup م) = ل(ف) + ل(م) - ل(ف \cap م) = \frac{٢}{٥} + \frac{١}{٣} - \frac{٢}{١٥} = \frac{٣}{٥}$

- عدم إصابة الهدف ؟

$ل(\overline{ف \cup م}) = ١ - ل(ف \cup م) = ١ - \frac{٣}{٥} = \frac{٢}{٥}$

معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

جميع الحقوق محفوظة ©