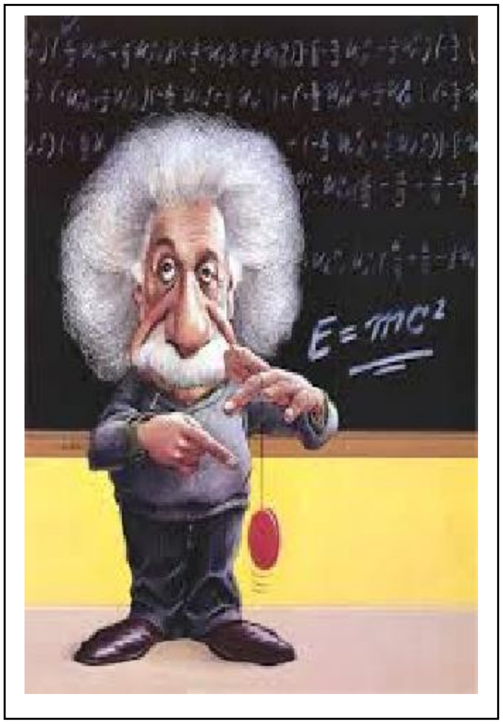
وزارة التربية

منطقة العاصمة التعليمية

ثانوية جاسم الخرافي

2016/ 2017

الفـــــــيـــــــزيـــــــاء



أسم الطالب / ....

الصف / ....

الصف الحادي عشر

اعداد / محمد نبيل

الوحدة الأولي : الحركة

الفصل الأول : حركة المقذوفات

الدرس 1 - 1 : الكميات العددية و الكميات المتجهة

إعداد : محمد نبيل

تنقسم الكميات الفزيائية الي نوعان اساسيان وهما :

1- الكميات القياسية : (العددية)

هي الكميات التي يكفي لتحديدها عدد يحدد مقدارها ووحدة فيزيائية تميز مقدارها.

مثال : الطول – الزمن – الكتلة – درجة الحرارة – السرعة العددية .

- حيث لا تحتاج هذة الكميات الي اتجاه لوصفها بصورة دقيقة .
- يطبق علي هذة الكميات الجبر الحسابي (العددي)

2- الكميات المتجهة :

هي كميات التي تحتاج في تحديدها الي الاتجاه الذي تأخذه بالأضافة الي العدد الذي يحدد مقدارها ووحدة القياس التي تميزها .

مثال : الأزاحة – القوة – السرعة المتجهة – العجلة .
- و يطبق علي هذة الكميات جبر المتجهات . (وهي طرق جديدة سندرسها بالتفصيل)

ملاحظات علي الكمية المتجهة :

1- تتميز الكمية المتجهة بوضع علامة الاتجاه أعلي الرمز $\vec{A}$
2- تمثل الكمية المتجهة علي صورة شعاع له رأس و ذيل $\longrightarrow$
3- التعبير الرياضي للمتجهة بواسطة (زاوية , مقدار)
و تبداء الزاوية من محور الاسناد الموجب .

مثال : عبر هندسيا عن المتجهة $\vec{A}$ اذا كان التعبير الرياضي للمتجهة

$\vec{A} = (3\ Km\ ,\ 30^0\ )$

نأخذ مقياس رسم مناسب

1cm ====> 1 Km
3 cm <==== 3 Km

مثال : عبر هندسيا عن المتجهة $\vec{A}$ اذا كان التعبير الرياضي للمتجهة

$\vec{A} = (10\ Km\ ,\ 120^0\ )$

نأخذ مقياس رسم مناسب

1cm ====> 2 Km
5 cm <==== 10 Km

مثال : مثل المتجة $\vec{A}$ بيانيا أذا كان التعبير الرياضي للمتجهة

$\vec{A} = (60\ Km\ ,\ 180^0)$ (غربا)

نأخذ مقياس رسم مناسب

1cm ====> 20 Km
3 cm <==== 60 Km

مثال : عبر هندسيا عن المتجهة $\vec{A}$ اذا كان التعبير الرياضي للمتجهة

$\vec{A} = (300\ N\ ,\ 250^0)$

نأخذ مقياس رسم مناسب

1cm ====> 100 N
3 cm <==== 300 N

مثال : عبر هندسيا عن المتجهة $\vec{A}$ الذي يساوي مقداره 5 N و اتجاهه شرقا . ثم أكتب التعبير الرياضي للمتجه .

نأخذ مقياس رسم مناسب

1cm ====> 5 N

5 cm <==== 5 N

مثال : عبر هندسيا عن المتجهة $\vec{A}$ الذي يساوي مقداره 5 N و اتجاهه غربا . ثم أكتب التعبير الرياضي للمتجه .

نأخذ مقياس رسم مناسب

1cm ====> 2.5 N

2 cm <==== 5 N

مثال : ارسم المتجهة $\vec{A}$ الذي مقداره 60 Km/hr واتجاهه $\theta = 60^0$ شمال الشرق .

وعبر رياضيا عن المتجهة .

نأخذ مقياس رسم مناسب

1cm ====> 20 Km/hr
3 cm <==== 60 Km/hr

مثال : ارسم المتجهة $\vec{A}$ الذي مقداره 60 Km/hr واتجاهه $\theta = 60^0$ شرق الشمال .

وعبر رياضيا عن المتجهة .

أمثلة علي الكميات المتجهة :

1- الأزاحة : $\vec{D}$

هي أقصر مسافة بين نقتطي بداية ونهاية الحركة , و هي كمية متجهة .

2- السرعة المتجهة $\vec{V}$

هي السرعة في اتجاه محدد و تختلف عن السرعة العددية في الأتجاه .

خصائص المتجهات :

1- التساوي:

يتساوي المتجهان عندما يكون لهما نفس المقدار و الأتجاه .

اذا كان المتجهان متعاكسان في الأتجاه و متساويان في المقدار يكون

$$\vec{A} = -\vec{B}$$

2- النقل :

تقسم المتجهات الي نوعان اساسيان وهما

متجه حر (متجه منزلق)	متجه مقيد بنقطة التأثير
هو متجهة يمكن نقلة من مكان الي اخر شرط الحفاظ علي مقداره و اتجاهه	هو متجهه مقيد بنقطة التأثير ولا يمكن نقله من مكان الي أخر
مثال : السرعة – الأزاحة – العجلة	مثال : القوة

جمع المتجهات

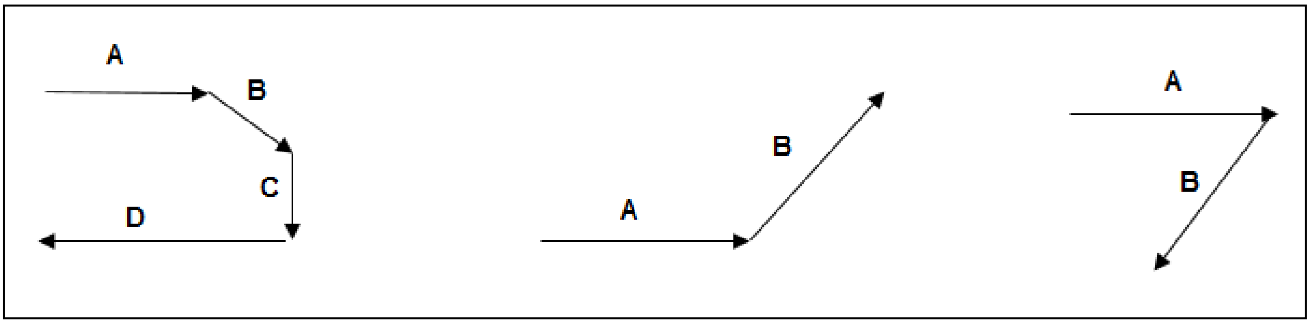
هي عملية تركيب متجهات , هي عملية يتم فيها الاستعاضة عن عدة متجهات بمتجه مفرد (يسمي المحصلة R)

طرق جمع المتجهات :

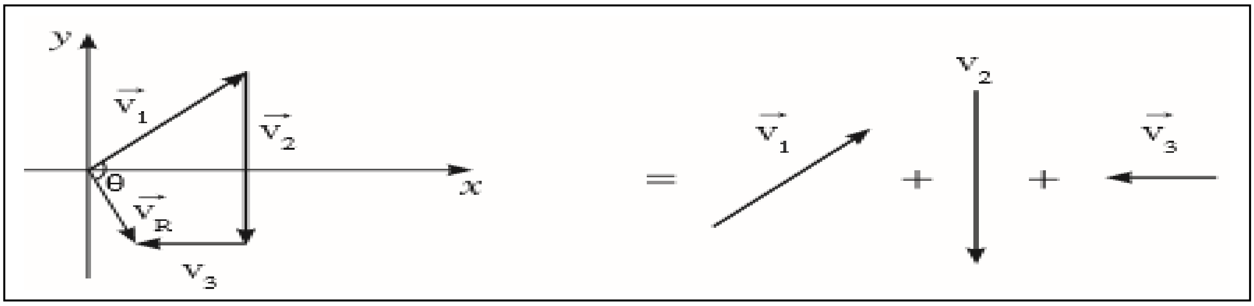
1- الطريقة الهندسية :

✓ عند اتصال المتجهان رأس بذيل :-

يكون المتجهة المحصلة هو المتجهة الواصل بين نقتطي بداية و نهاية المتجهات , من ذيل المتجهة الأول الي رأس المتجهة الأخير .

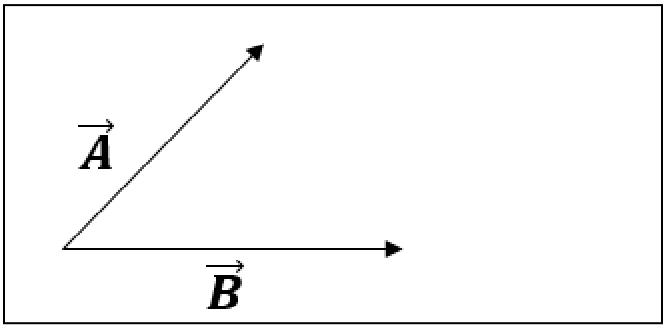


- يمكن اعادة ترتيب المتجهات الحرة لجمعهم كما بالشكل التالي :

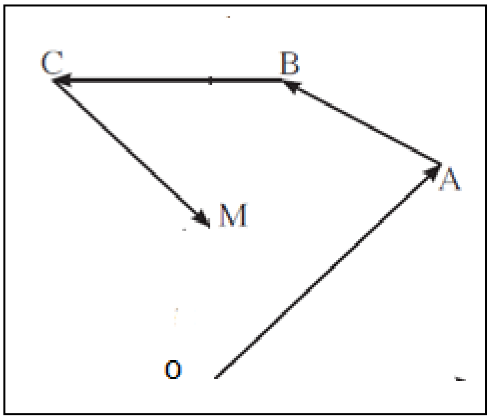


✓ عند اتصال المتجهات ذيل بذيل :

نقوم بأكمال متوازي الأضلاع ثم نأخذ المحور لمتوزي الأضلاع ليصبح هو المحصلة



مثال $\frac{3}{20}$: قام أحد المستكشفين برحلة منطلقا من النقطة O حتي وصل الي النقطة M و فقا لمقايس رسم محدد كل 1 cm يمثل 1500 m , بأستخدام المسطرة أحسب مقدار و اتجاه الأزاحة المحصلة .



عند التوصيل بين النقطتين OM بالقياس نجد أن

OM = 2 CM

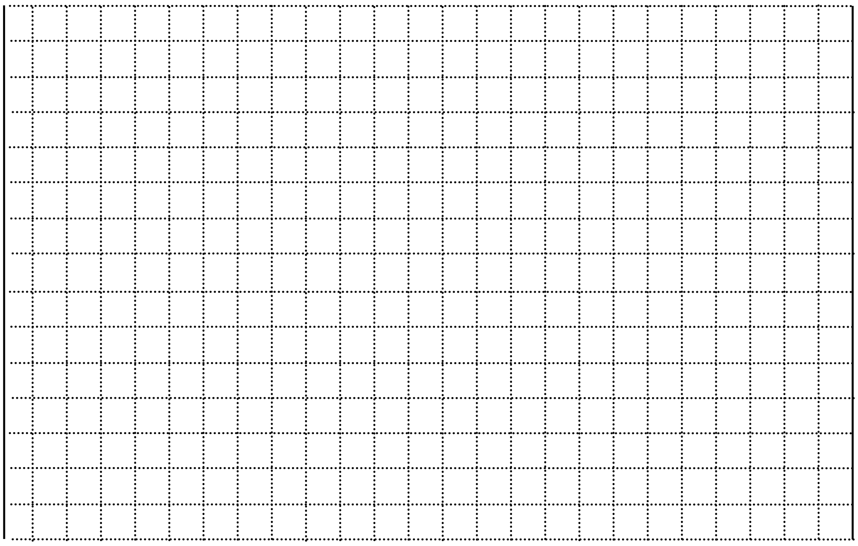
1 cm ====> 1500 m

2 cm ====> ??

OM = 2 CM = 3000 M

الاتجاه بالمسطرة 90^0

مثال $\frac{4}{20}$: تحرك قارب صيد ليقطع مسافة 10 km باتجاه 30^0 شرق الشمال , ثم الي 4 km الي الجنوب , أحسب باستخدام الرسم البياني و مقياس الرسم المناسب الازاحة المحصلة و اتجاها.



1 cm ====> 2 KM

5 cm <==== 10 KM

2 cm <==== 4 KM

من الرسم

$$\overrightarrow{D_R} = 3.4 \text{ cm}$$

$$\overrightarrow{D_R} = 3.4 \times 2 = 6.8 \text{ km}$$

الاتجاه

$$\theta = 43^0$$

مثال - تحركت سيارة بسرعة $V_1 = 30\ M/S$ بزاوية مقدارها 37^0 شمال الشرق ثم غيرت اتجاهها و تحركت بسرعة $V_2 = 40\ M/S$ جنوبا : 1- مثل المتجهين بيانيا
2- احسب المحصلة بيانيا

نأخذ مقياس رسم مناسب

1cm ====> 15 N
4 cm <==== 60 N
2 cm <==== 30 N

مثال - سيارة مشدودة بحبلين قوة الشد في الحبل الأول $F_1 = 30\ N$ بزاوية مقدارها 37^0 شمال الشرق , وقوة الشد في الحبل الثاني $F_2 = 40\ N$ جنوبا : 1- مثل المتجهين بيانيا

2- احسب المحصلة بيانيا

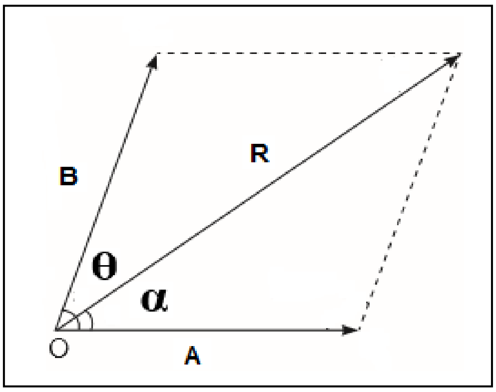
نأخذ مقياس رسم مناسب

1cm ====> 10 N

3 cm <==== 30 N

4 cm <==== 40 N

2- الطريقة الحسابية :



$$\vec{A}+\vec{B} = \vec{R}$$

يمثل المتجهة $\vec{R}$ بمقدار و اتجاه

المقدار $R = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta}$

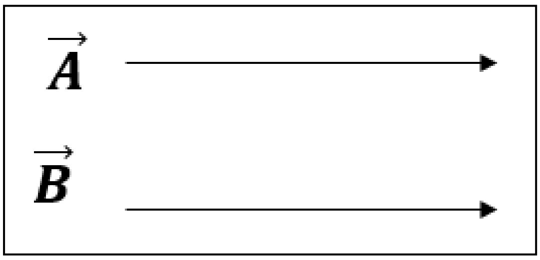
الاتجاه $\sin\alpha = \dfrac{B\sin\theta}{R}$

θ الزاوية بين المتجهة A , B

α الزاوية بين المتجهة A و المحصلة R

حـــالات خـــاصـــة :

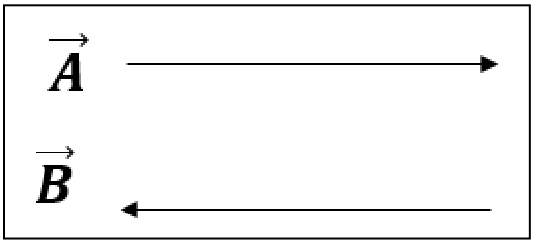
1- اذا كان المتجهين في نفس الاتجاه . θ = ZERO



$$\vec{R} = \vec{A}+\vec{B}$$

والاتجاه نفس اتجاه المتجهين

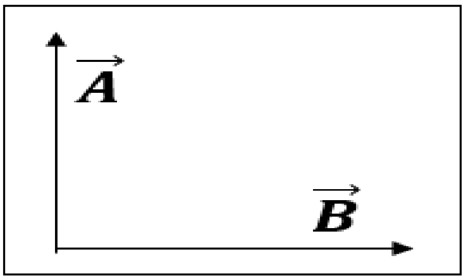
2- اذا كان المتجهان متعاكسان $\theta = 180^0$



$$\vec{R} = \vec{A}-\vec{B}$$

والاتجاه نفس اتجاه المتجة الأكبر .

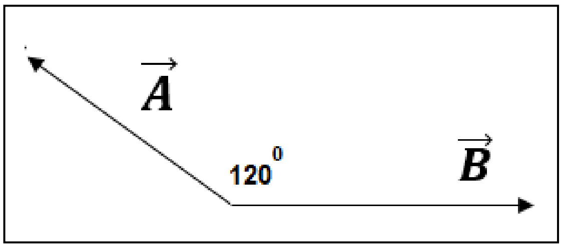
3- اذا كان المتجهان متعامدان $\theta = 90^0$



$$R = \sqrt{A^2 + B^2}$$

$$\sin\alpha = \frac{B\sin\theta}{R}$$

4- اذا كان $\vec{A} = \vec{B}$, $\theta = 120^0$



يكون $\vec{A} = \vec{B} = \vec{R}$, $\alpha = 60^0$

مثال : أحسب محصلة المتجهين $\vec{A}$ = 6 unit , $\vec{B}$ = 8 unit اذا كانت الزاوية بينهم تساوي $\theta = 0^0 , 60^0 , 90^0 , 180^0$

1- $\theta = 0^0$

$$R = A + B = 6 + 8 = 14 \text{ unit}$$

$$\alpha = \text{zero}$$

المحصلة في نفس اتجاه المتجهين

2- $\theta = 60^0$

$$R = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB \cos\theta}$$

$$R = \sqrt{6^2 + 8^2 + (2 X 6 X 8 X \cos(60))} = 12.16 \text{ unit}$$

$$\sin\alpha = \frac{B\sin\theta}{R} = \frac{8 \sin 60}{12.16} = 0.56$$

$$\alpha = 34.7^0$$

3 - $\theta = 90^0$

$$R = \sqrt{A^2 + B^2}$$

$$R = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10 \text{ unit}$$

$$\sin\alpha = \frac{B\sin\theta}{R} = \frac{8 \sin 90}{10} = 0.8$$

$$\alpha = 35.13^0$$

4- $\theta = 180^0$

$$R = A - B$$

$$R = 8 - 6 = 2 \text{ unit}$$

$$\alpha = \text{zero}$$

المتجه المحصلة في اتجاه المتجه الأكبر

مــــلاحـــــظـــــات :

1- أكبر قيمة لمحصلة متجهين عندما يكونان في نفس الأتجاه $\theta = ZERO$

فتكون المحصلة مجموع المتجهين

$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$$

2- أقل قيمة لمحصلة متجهين عندما يكون المتجهين متعاكسان في الأتجاه

$\theta = 180^0$

فتكون المحصلة الفرق بين المتجهين

$$\vec{R} = \vec{A} - \vec{B}$$

3- تختلف قيمة المحصلة بأختلاف الزاوية بين المتجهين بحيث تقل قيمة المحصلة بزيادة الزاوية بين المتجهين.

4- يمكن الحصول علي قيم متعددة لمحصلة أي متجهين رغم ثبات مقداريهما بسبب اختلاف الزاوية بين المتجهين .

5- تنعدم محصلة متجهين أذا كان لهما نفس المقدار و متعاكسان في الأتجاة

6- عملية جمع المتجهات عملية أبدالية , بحيث

$$\vec{A} + \vec{B} = \vec{B} + \vec{A}$$

مثال : أي من القيم التالية لايمكن أن يكون قيمة محصلة المتجهين:

$\vec{A} = 3$ unit , $\vec{B} = 10$ unit

■1 ■ 2 ■ 23 ■ 5 □ 13 □ 10 □ 8 □ 7

مثال $\frac{1}{18}$ الهامش : قوتان F_1 , F_2 مقدارهما 10 N و 15 N علي التوالي , تحصران بينهما زاوية 60^0 تؤثران في جسم نقطي , أحسب مقدار محصلة القوتان و اتجههما .

(A) $F_1 = 10$ N

(B) $F_2 = 15$ N

$\theta = 60^0$

$$R = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta}$$

$$R = \sqrt{10^2 + 15^2 + (2 X 10 X 15 X \cos(60)}$$

R = 21.79 N

$F_R = 21.79$ N

$$\sin\alpha = \frac{B\sin\theta}{R} = \frac{F_2\sin\theta}{F_R}$$

$$\sin\alpha = \frac{15\sin 60}{21.79} = 0.596$$

$\alpha = 36.35^0$

مثال $\frac{3}{18}$ <u>الهامش</u> : F_1 و F_2 قوتان متعامدتان تؤثران علي النقطة O , أحسب مقدار محصلة القوتين علما أن $F_2 = 50\ N$, $F_1 = 30\ N$.

$\theta = 90^0$

$F_1 = 30\ N$

$F_2 = 40\ N$

$F_R = ?$

$$R = \sqrt{A^2 + B^2}$$

$$R = \sqrt{30^2 + 40^2}$$

$$R = F_R = 50\ N$$

مثال $\frac{2}{19}$: F_1 و F_2 متجهان متلاقيان في نقطة , $F_1 = 20\ N$, $F_2 = 20\ N$, و الزاوية المحصورة بينهم 120^0 أرسم المتجهين , ثم أحسب محصلتهما باستخدام الرسم البيياني .

$F_1 = F_2 = 20\ N$

$\theta = 120^0$

$R = ?$

نأخذ مقياس رسم مناسب

1cm ====> 10 N

2 cm <==== 20 N

2 cm <==== 20 N

مثال : سحبت سيارة بواسطة حبلين يصنعان زاوية (60°) فإذا كان مقدار قوة الشد في أحد الحبلين(200)N وفي الحبل الآخر N (300) , و المطلوب : إيجاد مقدار محصلة هاتين القوتين واتجاهها :

أـ بالرسم بطريقة متوازي الأضلاع.

ب-بالطريقة الحسابية.

نأخذ مقياس رسم مناسب

1cm ====> 100 N
3 cm <==== 300 N
4 cm <==== 400 N

مثال : تحركت سيارة بسرعة $V_1 = 30\ M/S$ بزاوية مقدارها 37^0 شمال الشرق ثم غيرت اتجاها و تحركت بسرعة $V_2 = 40\ M/S$ جنوبا : 1- مثل المتجهين بيانيا .

2- أحسب المحصلة بيانيا

نأخذ مقياس رسم مناسب

1cm ====> 10 m/s
3 cm <==== 30 m/s
4 cm <==== 40 m/s

ضرب المتجهات

أولا : ضرب كمية متجهة بكمية عددية :

ينتج عن حاصل ضرب كمية عددية (قياسية) في كمية متجهة كمية متجهة , ويكون مقدارها مساوي لحاصل ضرب مقدار الكمية المتجهة في الكمية العددية , واتجاهها يكون نفس اتجاه الكمية المتجهة اذا كانت الكمية العددية موجبة , وعكس الاتجاه اذا كانت الكمية العددية سالبة .

مثال : أرسم المتجهة $\vec{A}$ الذي مقداره 20 M واتجاهه شمالا , ثم ارسم

1- $2\vec{A}$

2- $-2\vec{A}$

1 cm ====> 10 m

2 cm ====> 20 m

مثال $\frac{5}{24}$: $\overrightarrow{v_1}$ سرعة متجهة مقدارها 5 m/s بأتجاه يصنع زاوية مقدارها 25^0 بدءا من محور السينات , مثل المتجه بيانيا مستخدما مقياس رسم 1 cm لكل 2m/s , ثم عبر عن المتجه $\overrightarrow{v'} = -3\,\overrightarrow{v_1}$

$\overrightarrow{v_1} = 5$ m/s

$\theta = 25^0$

1 cm ===> 2m/s

$\overrightarrow{v'} = -3\,\overrightarrow{v_1}$

1 cm ===> 2 m/s

2.5 cm <=== 5 m/s

$\overrightarrow{v'} = 3\,\overrightarrow{v_1} = 3 \times 2.5 = 7.5$ cm

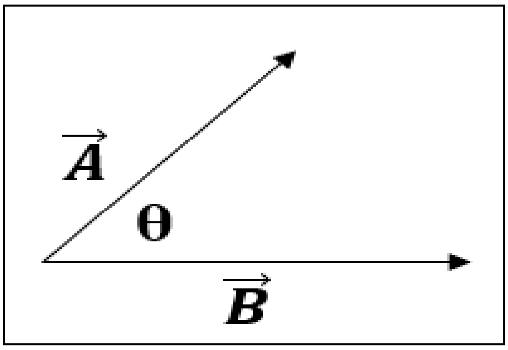
$\overrightarrow{v'} = 3\,\overrightarrow{v_1} = 7.5 \times 2 = 15$ m/s

$\theta = 180 + 25 = 205^0$

$\overrightarrow{v'} = (15 \text{ m/s}, 205^0)$

ثانيا : ضرب كمية متجهة بكمية متجهة :

أ- الضرب العددي (القياسى) :



$$\vec{A} \cdot \vec{B} = C$$

كمية عددية

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB\cos\theta$$

$$\vec{B} \cdot \vec{A} = AB\cos\theta$$

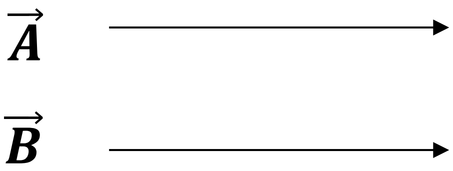
مــلاحـــظــات :

1- حاصل الضرب العددي يكون كمية عددية وليست متجهة

2- مقدار ناتج (حاصل) الضرب العددي = $AB\cos\theta$

3- أكبر قيمة لحاصل الضرب العددي لمتجهين عندما يكون المتجهان في نفس الأتجاه $\theta = ZERO$, $\theta = 360^0$

(المتجهين متوازيين)

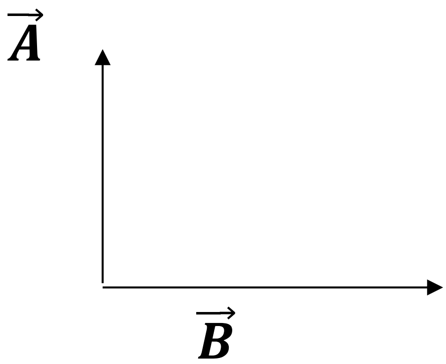


$$\cos\theta = 1$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB$$

4- تنعدم قيمة حاصل الضرب العددي لمتجهين عندما يكون المتجهين متعامدين

$$\theta = 90^0 , \theta = 270^0$$



$$\cos\theta = zero$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = zero$$

5- من أمثلة الكميات الناتجة عن الضرب العددي (القياسي) لمتجهين هي الشغل , الشغل كمية عددية لانه ناتج عن الضرب العددي لمتجهي القوة و الأزاحة

$$\vec{F} \cdot \vec{D} = W$$

6- الضرب العددي (القياسي) عملية أبدالية

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = \vec{B} \cdot \vec{A}$$

مثال $\frac{5}{22}$: أستخدم الضرب القياسي لحساب الشغل الناتج عن قوة مقدارها 50 N تصنع زاوية مقدارها 60^0 مع متجه الازاحة اذا كانت ازاحة الجسم 10 m .

$\vec{F} = 50$ N

$\vec{X} = 10$ M

$\theta = 60^0$

$W = \vec{F} \cdot \vec{X}$

$W = F\, X \cos\theta$

$W = (50)\,(10)\cos 60$

$W = 250$ J

مثال : اذا كان $\vec{A} = 10$ unit , $\vec{B} = 20$ unit وكان حاصل الضرب القياسي لهم $100\ unit^2$ احسب قيمة الزاوية المحصورة بين المتجهين .

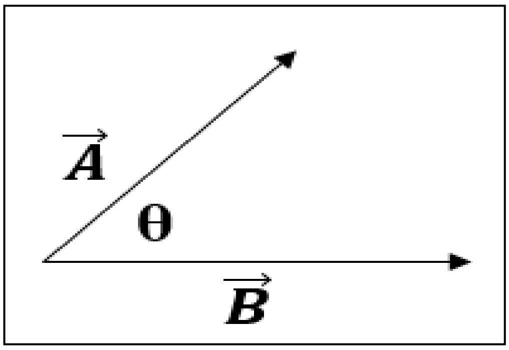
$\vec{A} \cdot \vec{B} = AB\cos\theta$

$100 = (10)\,(20)\cos\theta$

$\cos\theta = 0.5$

$\theta = 60^0$

ب - الضرب الأتجاهى



$$\vec{A} \times \vec{B} = \vec{C}$$

كمية متجهة

$$\vec{A} \times \vec{B} = AB \sin\theta$$

ملاحظات :

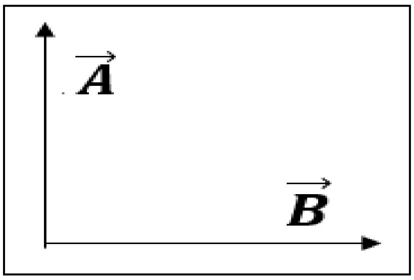
1- حاصل الضرب الأتجاهي يكون كمية متجهة

2- مقدار ناتج (حاصل) الضرب الأتجاهي = $AB \sin\theta$

وهي تساوي مساحة متوازي الأضلاع الناتج عن المتجهين

3- يحد اتجاه المتجة الناتج عن عملية الضرب بقاعدة اليد اليمني . R.H.R

4- أكبر قيمة حاصل الضرب الأتجاهي لمتجهين عندما يكون المتجهين متعامدين

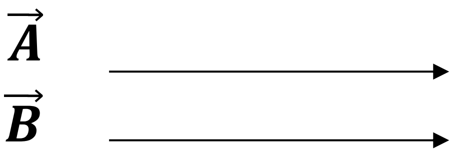


$$\theta = 90^0 \ , \ \theta = 270^0$$

$$\sin\theta = 1$$

$$\vec{A} \times \vec{B} = AB$$

5- تنعدم قيمة حاصل الضرب الأتجاهي لمتجهين عندما يكون المتجهان في نفس الأتجاه $\theta = ZERO \ , \ \theta = 360^0$



(المتجهين متوازيين)

$$\sin\theta = zero$$

$$\vec{A} \times \vec{B} = zero$$

6 – يكون المتجهة الناتج عن حاصل الضرب الأتجاهي في اتجاه عمودي علي مستوي المتجهين (داخل او خارج من الورقة)

7 – عملية الضرب الأتجاهي عملية ليست ابدالية .

$$\vec{A} \times \vec{B} \neq \vec{B} \times \vec{A}$$

$$\vec{A} \times \vec{B} = -\vec{B} \times \vec{A}$$

8 – يتساوي مقدار الضرب الأتجاهي مع مقدار الضرب العددي للمتجهين عندما تكون الزاوية بين المتجهين تساوي $\theta = 45^0$

$$\sin 45 = \cos 45$$

مثال $\frac{6}{23}$: المتجهان $F_1 = 5\ N$, $F_2 = 4\ N$ يحصران بينهما زاوية مقدارها 120^0 كما بالشكل , أحسب حاصل الضرب الأتجاهي للمتجهين .

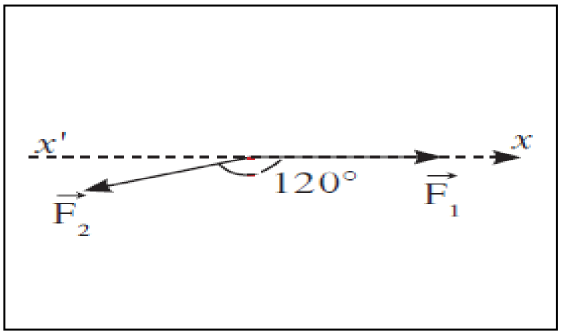
$F_1 = 5\ N$

$F_2 = 4\ N$

$\theta = 120^0$

$\vec{F_1} \times \vec{F_2} = ?$

$\vec{F_2} \times \vec{F_1} = ?$



$$\vec{F_1} \times \vec{F_2} = F_1 F_2 \sin \theta$$

$$\vec{F_1} \times \vec{F_2} = (5)(4) \sin 120 = 17.32\ N^2$$

$$\vec{F_2} \times \vec{F_1} = -\vec{F_1} \times \vec{F_2}$$

$$\vec{F_2} \times \vec{F_1} = -17.32\ N^2$$

مثال $\frac{4}{39}$: أحسب مساحة متوازي الأضلاع الناشئ عن المتجهين $D_1 = 4$ m و $D_2 = 6$ m , علما انهما يحصران بينهم زاوية 150^0 .

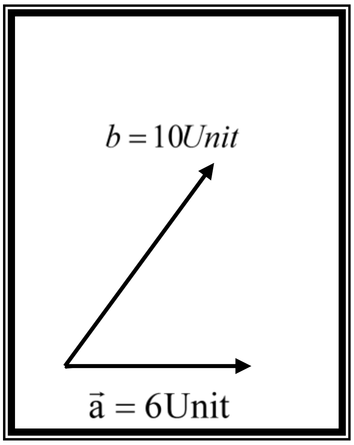
$\overrightarrow{D_1} = 4$ M
$\overrightarrow{D_2} = 6$ M
$\theta = 150^0$

$\vec{A} \times \vec{B}$ = مساحة متوازي الاضلاع

$$\overrightarrow{D_1} \times \overrightarrow{D_2} = D_1 D_2 \sin\theta$$

$$\overrightarrow{D_1} \times \overrightarrow{D_2} = (4)(6)\sin(150) = 12\ m^2$$

مثال الشكل المقابل يمثل متجهان ($\vec{a}$،$\vec{b}$) يحصران بينهما زاوية (60^0) والمطلوب حساب1 – ($\vec{a}+\vec{b}$) مقدارا" واتجاها" .



$$R = \sqrt{A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta}$$

$$R = \sqrt{(6)^2 + (10)^2 + 2X6X10\cos 60}$$

R = 14 UNIT

$$\sin\alpha = \frac{B\sin\theta}{R} = \frac{10\sin 60}{14} = 0.2$$

$$\alpha = 11.55^0$$

2 – $\vec{a}.\vec{b}$.

$$\vec{A}.\vec{B} = AB\cos\theta$$

$$\vec{A}.\vec{B} = (6)(10)\cos 60 = 30\ \text{UNIT}$$

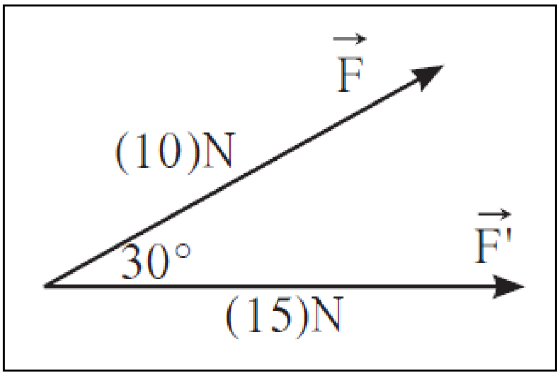
3 - $\vec{a}\times\vec{b}$ مقدارا , وبين كيف يمكن تحديد اتجاه المتجه الناتج
(احسب مساحة متوازي الأضلاع الناشئ عن المتجهين)

$$\vec{A} \times \vec{B} = AB\sin\theta$$

$$\vec{A} \times \vec{B} = (6)(10)\sin 60 = 51.96\ \text{unit}$$

و يحدد اتجاه المتجه الناشئ بقاعدة اليد اليمني

مثال $\frac{7}{24}$: في الشكل القوتان F , F، يحصران بينهما زاوية 30^0 أحسب مستخدما الطريقة الحسابية لجبر المتجهات كلا من :



$\vec{F}+\vec{F'}$, $\vec{F}\cdot\vec{F'}$, $\vec{F}\,X\,\vec{F'}$

$\vec{F}+\vec{F'} = ?$
$\vec{F}\cdot\vec{F'} = ?$
$\vec{F}\,X\,\vec{F'} = ?$

$$\vec{F}+\vec{F'} = F_R = \sqrt{F^2 + F'^2 + 2FF' \cos\theta}$$

$$F_R = \sqrt{15^2 + 10^2 + (2\ X\ 15\ X 10\ X\ cos\ (30)} = 24.18\ \text{N}$$

$$\sin\alpha = \frac{F \sin\theta}{F_R} = \frac{10 \sin 30}{24.18} = 0.2$$

$$\alpha = 11.55^0$$

$$\vec{F}\cdot\vec{F'} = F\,F' \cos\theta$$

$$\vec{F}\cdot\vec{F'} = (15)\,(10)\cos(30) = 129.9\ \text{N}^2$$

$$\vec{F}\,X\,\vec{F'} = F\,F' \sin\theta$$

$$\vec{F}\,X\,\vec{F'} = (15)\,(10)\sin(30) = 75\ \text{N}^2$$

المتجه الناتج عمودي علي المتجهين و داخل الي الصفحة.

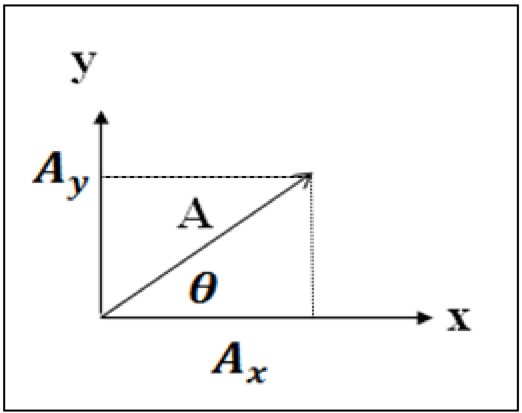
الوحدة الأولي : الحركة

الفصل الأول : حركة المقذوفات

الدرس 1-2 : تحليل المتجهات

تحليل المتجهات

- هو عملية يتم فيها الاستعاضة عن متجه مفرد بمتجهين متعامدين
- العملية المعاكسة لعملية جمع المتجهات هي عملية تحليل المتجهات وليس طرح المتجهات
- أي اننا سنقوم بفك متجه واحد الي متجهين متعامدين , أحدهم علي محور x و يسمي المركبة الأفقية A_x و الاخر علي محور y و يسمي المركبة الرأسية A_y .
- من الشكل المقابل يمكن استنتاج أن :



$$\sin\theta = \frac{A_y}{A} \quad ,, \quad \cos\theta = \frac{A_x}{A}$$

وبالتالي :

المركبة الافقية $A_x = A\cos\theta$

المركبة الرأسية $A_y = A\sin\theta$

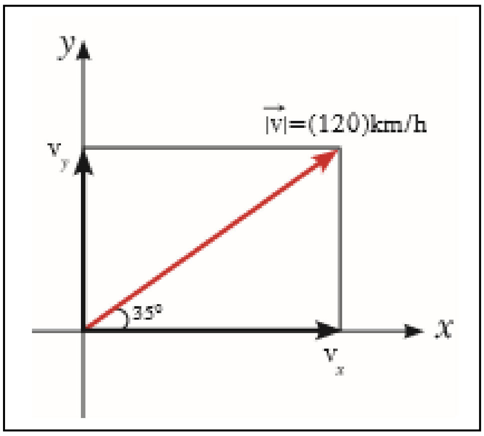
وبالتالي مجموع A_y , A_x يساوي المتجه الأصلي A

$$\vec{A} = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$$

$$\tan\theta = \frac{A_y}{A_x}$$

θ هي الزاوية المحصورة بين المتجهة $\vec{A}$ ومحور X .

مثال $\frac{1}{26}$: أوجد مركبتي السرعة المتجهة لطائرة مروحية تطير بسرعة 120 m/s , بزاوية 35^0 مع سطح الأرض ثم أكتب التعبير الرياضي للمتجهة.



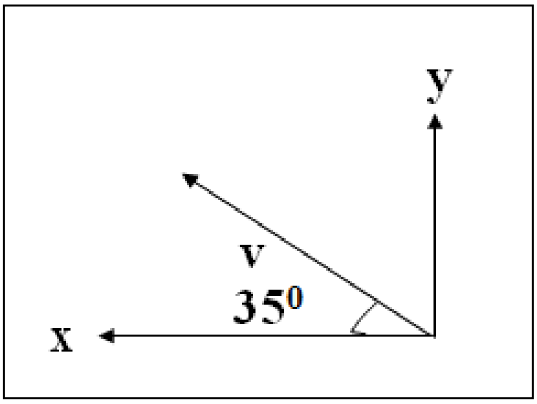
$V_x = ?$
$V_y = ?$
$V = 120$ Km/hr
$\theta = 35^0$

$V_x = V\cos\theta = 120\cos35 = 98.29$ km/hr

$V_y = V\sin\theta = 120\sin35 = 68.82$ km/hr

$V = (120$ km/hr $, 35^0)$

مثال : أحسب مركبتي المتجه الموضح بالشكل المقابل , ثم أكتب التعبير الرياضي



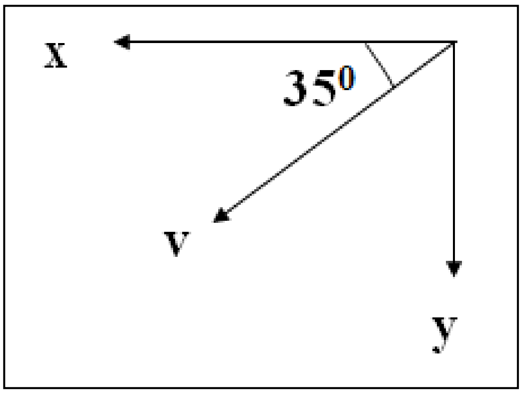
$V_x = ?$
$V_y = ?$
$V = 120$ Km/hr
$\theta = 35^0$

$V_x = V\cos\theta = 120\cos35 = -98.29$ km/hr

$V_y = V\sin\theta = 120\sin35 = 68.82$ km/hr

$V = (120$ km/hr $, 145^0)$

مثال : أحسب مركبتي المتجه الموضح بالشكل المقابل , ثم أكتب التعبير الرياضي



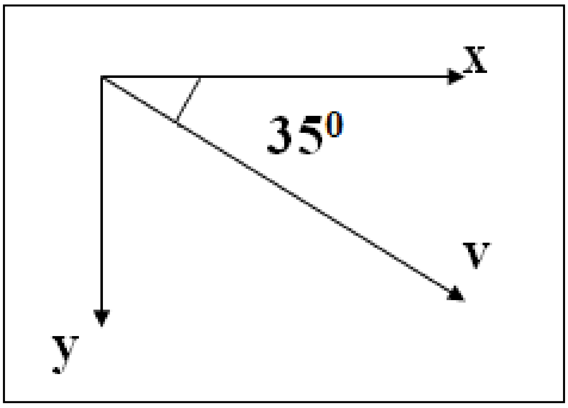
$V_x = ?$
$V_y = ?$
$V = 120$ Km/hr
$\theta = 35^0$

$V_x = V \cos\theta = 120 \cos 35 = -98.29$ km/hr

$V_y = V \sin\theta = 120 \sin 35 = -68.82$ km/hr

$V = (120 \text{ km/hr} , 215^0)$

مثال : أحسب مركبتي المتجه الموضح بالشكل المقابل , ثم أكتب التعبير الرياضي



$V_x = ?$
$V_y = ?$
$V = 120$ Km/hr
$\theta = 35^0$

$V_x = V \cos\theta = 120 \cos 35 = 98.29$ km/hr

$V_y = V \sin\theta = 120 \sin 35 = -68.82$ km/hr

$V = (120 \text{ km/hr} , 325^0)$

مثال $\frac{1}{26}$ الهامش : أوجد مركبتي القوة $F = 50\ N$, التي تميل بزاوية 120^0 عن المحور x

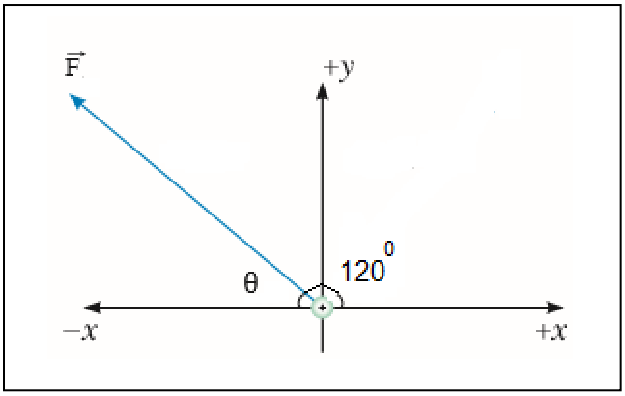
$\vec{F} = 50\ N$
$\theta = 120^0$
$F_x = ?$
$F_y = ?$

$F_x = F\cos\theta = 50\cos120 = -25\ N$

$F_y = F\sin\theta = 50\sin120 = 43.3\ N$

حل اخر :

عند رسم المتجه نجد انه في الربع الثاني و الزاوية بين المتجه و محور x في الربع الثاني تساوي 60^0 و بالتالي يمكن ايجاد المركبتين الافقية و الرأسية بالنسبة الي هذة الزاوية مع الاخذ في الاعتبار الاشارات السالبة و الموجبة للمحاور , و ذلك كما يلي :



$\theta = 180 - 120 = 60^0$

$F_x = F\cos\theta = 50\cos60 = -25\ N$

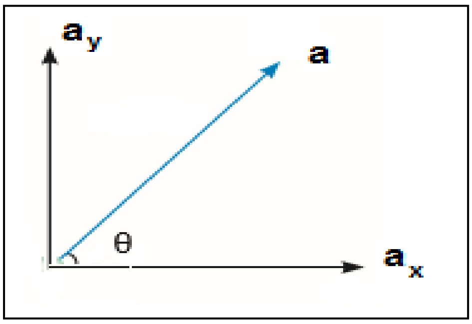
$F_y = F\sin\theta = 50\sin60 = 43.3\ N$

مثال : احسب مقدار العجلة واتجاهها وأكتب التعبير الرياضي للمتجهه $\vec{a}$ في كل من الحالات الاتية :

1- اذا كان مركبتي العجلة $a_x = 3\ m/s^2$, $a_y = 4\ m/s^2$

a = ?

θ = ?



$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$$

$$a = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5\ m/s^2$$

$$\tan\theta = \frac{a_y}{a_x} = \frac{4}{3} = 1.33$$

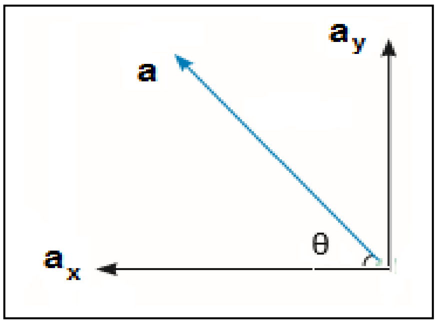
$$\theta = 53^0\ 7'$$

$$\vec{a} = (\ 5\ m/s^2 , 35^0\ 7'\ )$$

2- اذا كان مركبتي العجلة $a_x = -\ 3\ m/s^2$, $a_y = 4\ m/s^2$

a = ?

θ = ?



$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$$

$$a = \sqrt{(-3)^2 + 4^2} = 5\ m/s^2$$

$$\tan\theta = \frac{a_y}{a_x} = \frac{4}{-3} = -1.33$$

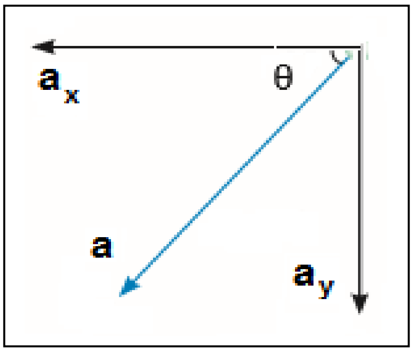
$$\theta = -\ 53^0\ 7'$$

$$\vec{a} = (\ 5\ m/s^2 , 127^0\ )$$

3- اذا كان مركبتي العجلة $a_x = -3\ m/s^2$, $a_y = -4\ m/s^2$

a = ?

θ = ?



$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$$

$$a = \sqrt{(-3)^2 + (-4)^2} = 5\ m/s^2$$

$$\tan\theta = \frac{a_y}{a_x} = \frac{-4}{-3} = 1.33$$

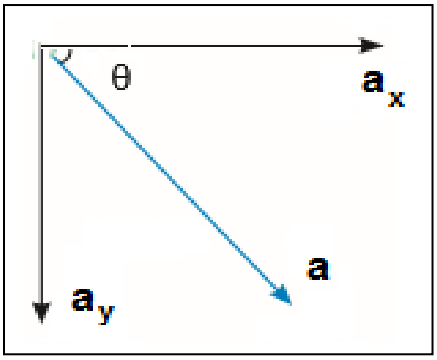
$$\theta = 53^0\ 7'$$

$\vec{a} = (\ 5\ m/s^2\ ,\ 233^0)$

4- اذا كان مركبتي العجلة $a_x = 3\ m/s^2$, $a_y = -4\ m/s^2$

a = ?

θ = ?



$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$$

$$a = \sqrt{3^2 + (-4)^2} = 5\ m/s^2$$

$$\tan\theta = \frac{a_y}{a_x} = \frac{-4}{3} = -1.33$$

$$\theta = -53^0\ 7'$$

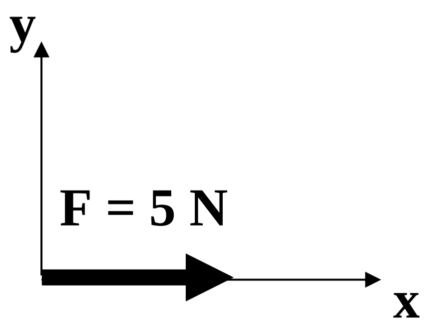
$\vec{a} = (\ 5\ m/s^2\ ,\ 307^0\ )$

مثال : حلل المتجهات التالية (أوجد المركبة الأفقية و الرأسية)

1-

F_x = ...**5 N**....

F_y = ...**zero**.....

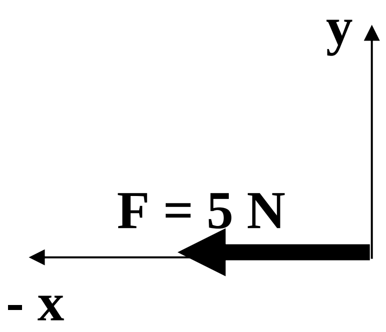


- يتساوي مقدار المركبة الأفقية مع قيمة المتجهه الأصلي عندما يصنع المتجهه زاوية مقدارها صفر (منطبق علي المحور X +)

2-

F_x = ...**- 5 N**....

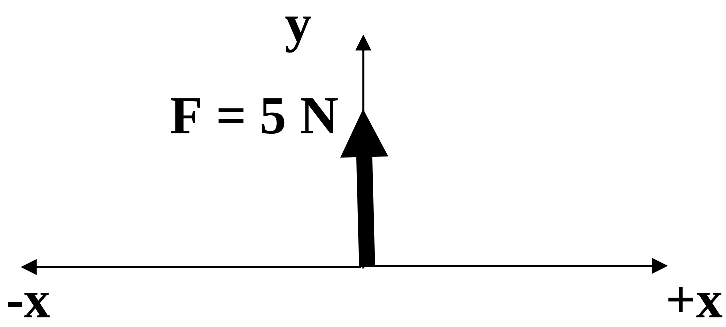
F_y = ...**zero**....



- يتساوي مقدار المركبة الأفقية مع قيمة المتجهه الأصلي و يعاكسه في الأشارة (الأتجاه) عندما يصنع المتجهه زاوية مقدارها 180^0 (منطبق علي المحور X -)

-3 $F_y = ...\underline{5\ N}......$

$F_x = ...\underline{zero}....$

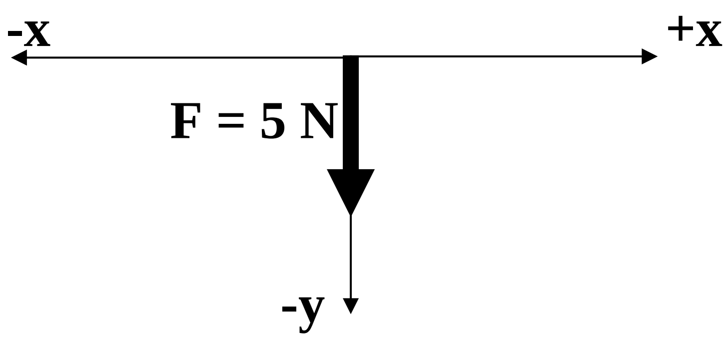


- يتساوي مقدار المركبة الرأسية مع مقدار المتجهة الأصلي عندما يصنع المتجهه زاوية مقدارها 90^0 (منطبق علي المحور y +)

-4

$F_x = ...\underline{zero}....$

$F_y = ...\ \underline{-5N}.......$



- يتساوي مقدار المركبة الرأسية مع مقدار المتجهة الأصلي ويعاكسها في الأشارة (الأتجاه) عندما يصنع المتجهه زاوية مقدارها 270^0 (منطبق علي المحور y -)

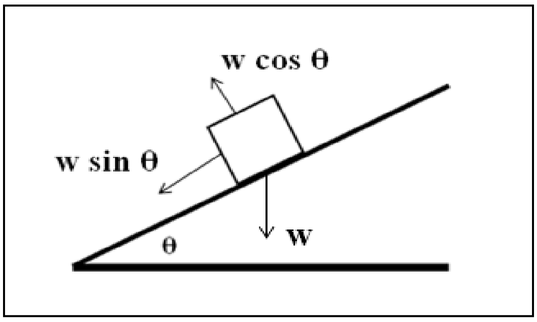
- يتساوي مقدار المركبة الرأسية للمتجهة مع مقدار المركبة الرأسية عندما تكون الزاوية 45^0 .

$\cos 45 = \sin 45 = 0.707$

$A_x = A_y$

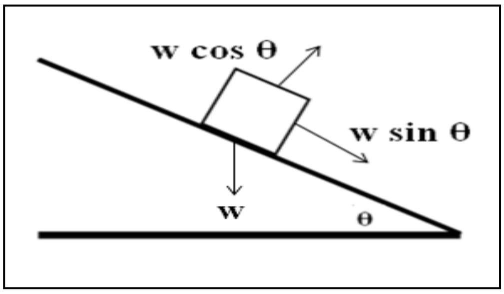
حركة جسم علي سطح مائل

عندما يتحرك جسم علي سطح مائل بزاوية θ
فأن حركته من الممكن ان تحلل الي مركبيتين كما يلي:



المركبة الأفقية = w sin θ
المركبة الرأسية = w cos θ

نيوتين N <====== وزن الجسم w



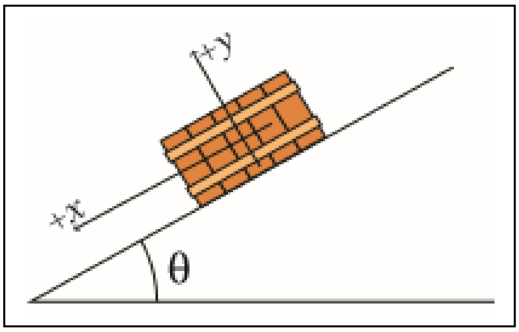
يمكن حساب وزن الجسم من المعادلة التالية :

$$W = m \cdot g$$

نيوتين N	<==========	وزن الجسم w
كيلو جرام kg	<==========	الكتلة m
$10\ m/s^2$	<============	عجلة الجاذبية الارضية g

مثال $\frac{3}{28}$: يستقر جسم كتلته 50 kg علي سطح مائل بزاوية 30^0 مع الخط الأفقي , أحسب مركبتي الوزن للجسم .

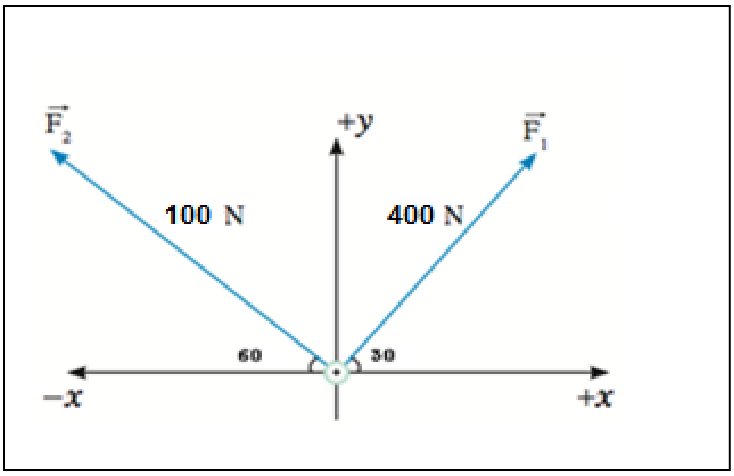
$m = 50\ kg$
$\theta = 30^0$
$g = 10\ m/s^2$
$W_x = ?$
$W_y = ?$



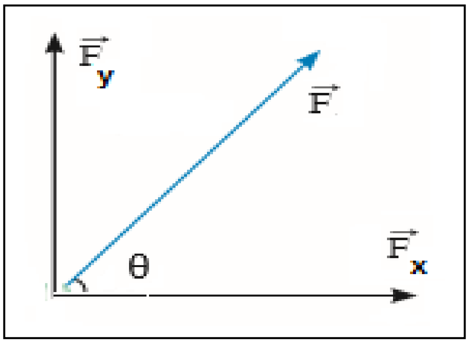
$w = m\,g = (50)\,(10) = 500\ N$
$W_x = W \sin\theta = 500 \sin(30) = 250\ N$
$W_y = W \cos\theta = 500 \cos(30) = 433\ N$

حساب محصلة المتجهات بواسطة تحليل المتجهات

مثال : أحسب محصلة القوتين المبينتين بالرسم , ثم أكتب التعبير الرياضي للمتجه.



	F_x	F_y
F_1	$F_{1x} = F_1 \cos\theta$ $F_{1x} = 400 \cos 30$ $F_{1x} = +\,346$ N	$F_{1y} = F_1 \sin\theta$ $F_{1y} = 400 \sin 30$ $F_{1y} = +\,200$ N
F_2	$F_{2x} = F_2 \cos\theta$ $F_{2x} = 100 \cos 60$ $F_{2x} = -\,50$ N	$F_{2y} = F_2 \sin\theta$ $F_{2y} = 100 \sin 60$ $F_{2y} = +\,86.6$ N
F_R	296.4 N	286.6 N



$$F_R = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$$

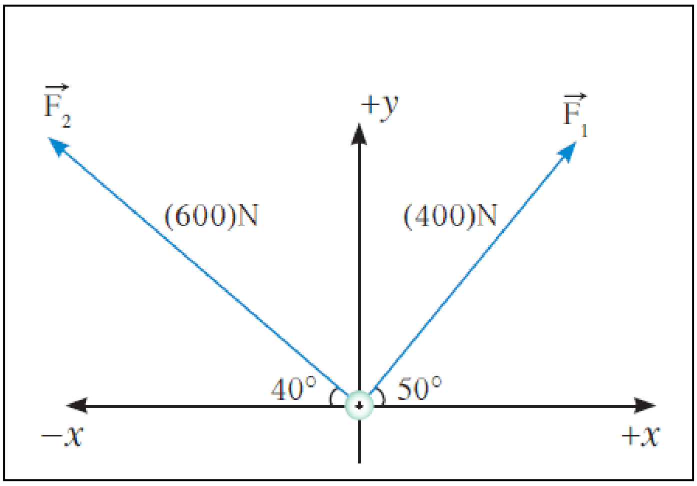
$$F = \sqrt{(296.4)^2 + (286.6)^2} = 412.3 \text{ N}$$

$$\tan\theta = \frac{F_y}{F_x} = \frac{286.6}{296.4} = 0.9$$

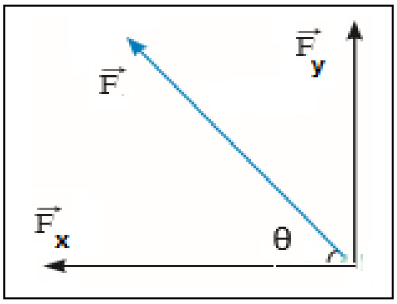
$$\theta = 44^0\, 2'$$

$$\vec{F} = (\, 412.3 \text{ N} ,\, 44^0\, 2' \,)$$

مثال $\frac{2}{27}$ تؤثر قوتان F_1 , F_2 في حلقة كما هو موضح بالشكل , أحسب مقدار و اتجاه القوى المؤثرة علي الحلقة



	F_x	F_y
F_1	$F_{1x} = F_1 \cos\theta$ $F_{1x} = 400 \cos 50$ $F_{1x} = +\ 257.1$ N	$F_{1y} = F_1 \sin\theta$ $F_{1y} = 400 \sin 50$ $F_{1y} = +\ 306.4$ N
F_2	$F_{2x} = F_2 \cos\theta$ $F_{2x} = 600 \cos 40$ $F_{2x} = -\ 459.6$ N	$F_{2y} = F_2 \sin\theta$ $F_{2y} = 600 \sin 40$ $F_{2y} = +\ 385.6$ N
F_R	- 202.5 N	692 N



$$F_R = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$$

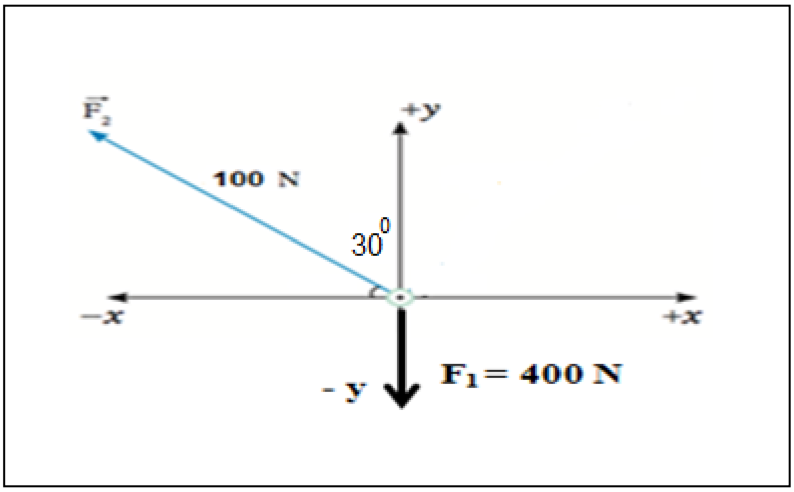
$$F = \sqrt{(-202.5)^2 + (692)^2} = 721.02 \text{ N}$$

$$\tan\theta = \frac{F_y}{F_x} = \frac{692}{-202.5} = -3.42$$

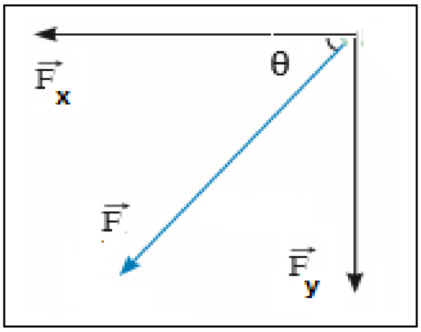
$$\theta = -73^0\ 7'$$

$$\vec{F} = (\ 721.02 \text{ N}\ ,\ 106^0\ 53'\ )$$

مثال: احسب محصلة المتجهات الموضحة بالشكل , ثم أكتب التعبير الرياضي للمتجه الناتج



	F_x	F_y
F_1	F_{1x} = zero	F_{1y} = - 400 N
F_2	$F_{2x} = F_2 \cos\theta$ $F_{2x} = 100 \cos 60$ F_{2x} = - 50 N	$F_{2y} = F_2 \sin\theta$ $F_{2y} = 100 \sin 60$ F_{2y} = + 86.6 N
F_R	-50 N	-313.4 N



$$F_R = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$$

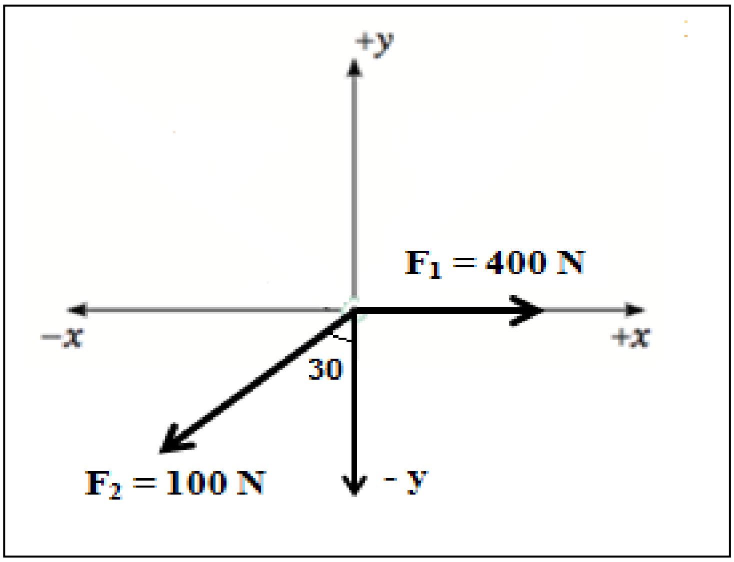
$$F = \sqrt{(-50)^2 + (-313.4)^2} = 317.3 \text{ N}$$

$$\tan\theta = \frac{F_y}{F_x} = \frac{-313.4}{-50} = 6.26$$

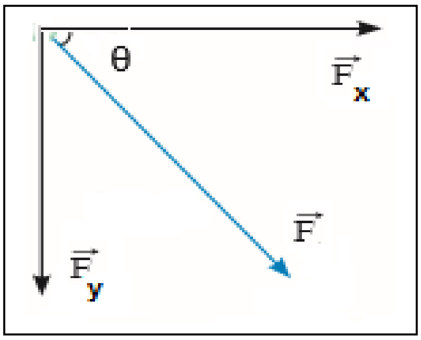
$$\theta = 80^0\ 56'$$

$$\vec{F} = (\ 317.3 \text{ N}\ ,\ 260^0\ 56'\ )$$

مثال: احسب محصلة المتجهات الموضحة بالشكل , ثم أكتب التعبير الرياضي للمتجه الناتج .



	F_x	F_y
F_1	$F_{1x} = 400$ N	F_{1y} = zero
F_2	$F_{2x} = F_2 \cos\theta$ $F_{2x} = 100 \cos 60$ $F_{2x} = -50$ N	$F_{2y} = F_2 \sin\theta$ $F_{2y} = 100 \sin 60$ $F_{2y} = -86.6$ N
F_R	+350 N	-86.6 N



$$F_R = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$$

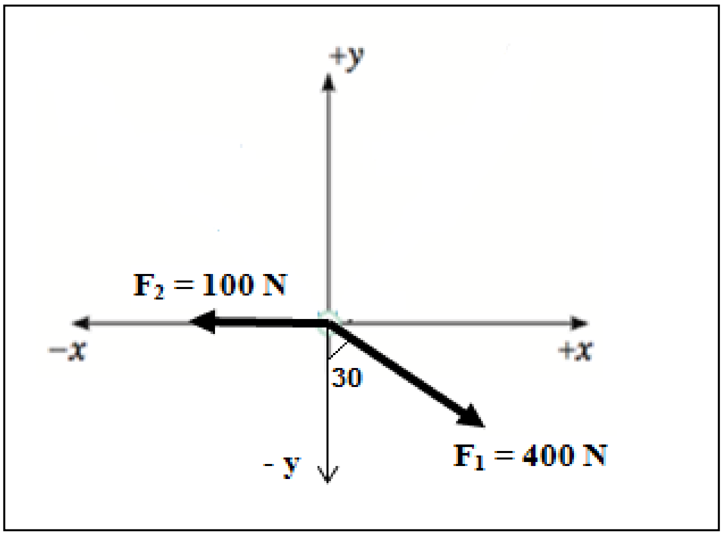
$$F = \sqrt{(350)^2 + (-86.6)^2} = 360.5 \text{ N}$$

$$\tan\theta = \frac{F_y}{F_x} = \frac{-86.6}{350} = -0.24$$

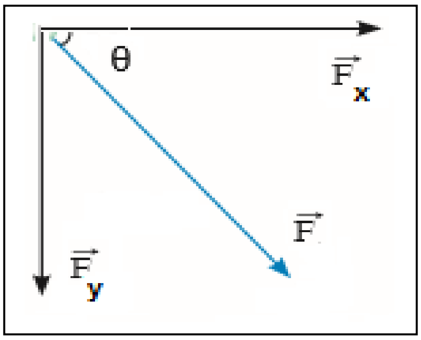
$$\theta = -13^0\ 53'$$

$$\vec{F} = (\ 360.5 \text{ N}\ ,\ 346^0\ )$$

مثال: احسب محصلة المتجهات الموضحة بالشكل , ثم أكتب التعبير الرياضي للمتجه الناتج .



	F_x	F_y
F_1	$F_{1x} = F_1 \cos\theta$ $F_{1x} = 400 \cos 60$ $F_{1x} = +200$ N	$F_{1y} = F_1 \sin\theta$ $F_{1y} = 400 \sin 60$ $F_{1y} = -346.4$ N
F_2	$F_{2x} = -100$ N	$F_{2y} =$ zero
F_R	100 N	-346.4 N



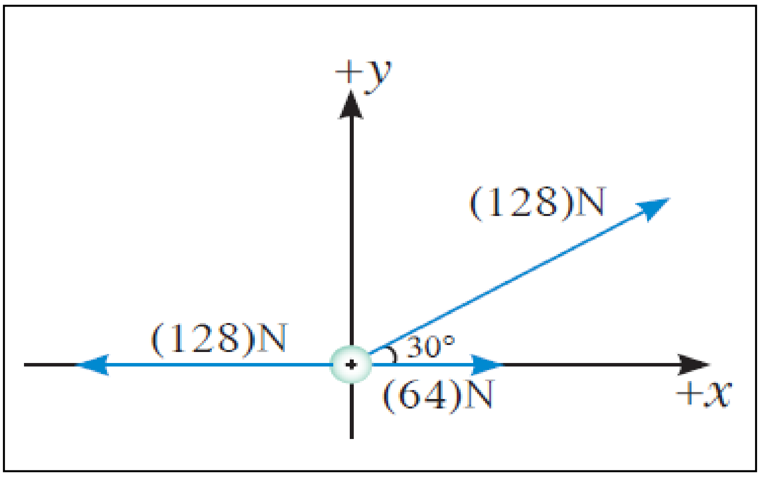
$$F_R = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$$

$$F = \sqrt{(100)^2 + (-346.4)^2} = 360.5 \text{ N}$$

$$\tan\theta = \frac{F_y}{F_x} = \frac{-346.4}{100} = -3.46$$

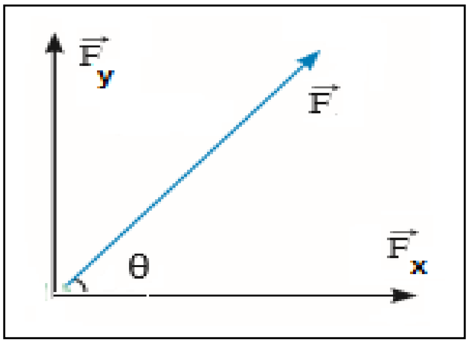
$$\theta = -73^0\ 53'$$

$$\vec{F} = (\,360.5 \text{ N}\,,\,286.1^0\,)$$



مثال $\frac{4}{28}$: أستخدم تحليل المتجهات لحساب محصلة القوى المؤثرة علي الحلقة في الشكل المقابل .

	F_x	F_y
F_1	$F_{1x} = F_1 \cos\theta$ $F_{1x} = 128 \cos 30$ $F_{1x} = +110.8$ N	$F_{1y} = F_1 \sin\theta$ $F_{1y} = 128 \sin 30$ $F_{1y} = 64$ N
F_2	64 N	zero
F_3	- 128 N	zero
F_R	46.8 N	64 N



$$F_R = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$$

$$F = \sqrt{(46.8)^2 + (64)^2} = 79.2 \text{ N}$$

$$\tan\theta = \frac{F_y}{F_x} = \frac{64}{46.8} = 1.3$$

$$\theta = 53^0\ 49'$$

$$\vec{F} = (\ 79.2 \text{ N}\ ,\ 53^0\ 49'\ )$$

الوحدة الأولي : الحركة

الفصل الأول : حركة المقذوفات

الدرس 1-3 : حركة القذيفة

الحركة في خط مستقيم

السرعة :

هي المسافة المقطوعة خلال وحدة الزمن

$$v = \frac{d}{t}$$

اذا تحرك جسم بسرعة منتظمة فأن الجسم يقطع مسافات متساوية خلال ازمنة متساوية .

العجلة :

هي التغير في السرعة خلال وحدة الزمن.

$$a = \frac{v - v_0}{t} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

اذا تحرك الجسم بسرعة منتظمة فأن العجلة = صفر

a = zero

اذا تحرك الجسم بسرعة متزايدة فأن الجسم يتحرك بعجلة تسارع تكون العجلة موجبة

a = +

اذا تحرك الجسم بسرعة متناقصة فأن الجسم يتحرك بعجلة تباطؤ تكون العجلة سالبة

a = -

معادلات الحركة في خط مستقيم

بعجلة منتظمة

1- على المحور الأفقي

$$V = v_0 + at$$
$$x = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$
$$v^2 = v_0^2 + 2ax$$

v	السرعة النهائية	===========>	m/s	متر/ ثانية
v_0	السرعة الابتدائية	===========>	m/s	متر/ ثانية
a	العجلة	===========>	m/s^2	متر/ ثانية^2
t	الزمن	===========>	s	ثانية
d	الازاحة	===========>	m	متر

2 - على المحور الرأسى (السقوط الحر) :

$$V = v_0 + gt$$
$$y = v_0 t + \frac{1}{2} gt^2$$
$$v^2 = v_0^2 + 2gy$$

g	عجلة الجاذبية الأرضية	===========>	m/s^2	متر/ ثانية^2

اذا سقط الجسم من أعلي تصبح عجلة تسارع موجبة

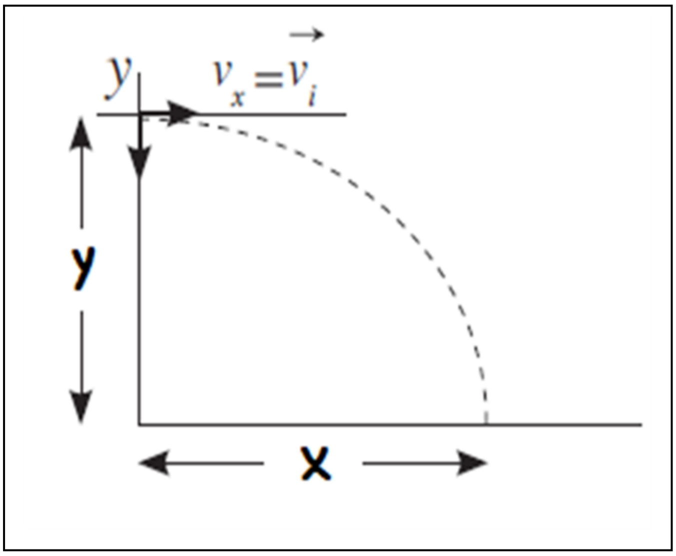
$g = 10\ m/s^2$

اذا قذف الجسم لأعلي تصبح عجلة تباطؤ سالبة

$g = -10\ m/s^2$

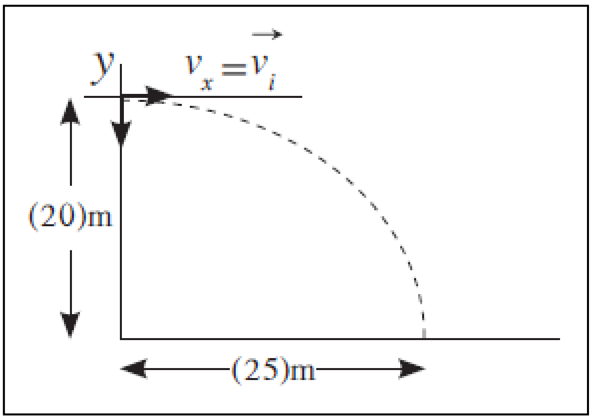
حركة القذيفة

هي حركة مركبة من حركتين أحدهما منتظمة السرعة علي المحور الأفقي و الأخري منتظمة العجلة علي المحور الرأسي .



اولا : حركة القذيفة من أعلي نقطة :

المحور الأفقي x	المحور الرأسي y
تنعدم القوة المؤثرة علي الجسم و بالتالي تصبح عجلة الحركة = صفر لذلك يتحرك الجسم بسرعة ثابتة $v_x = \frac{x}{t}$ - يكون سرعة الجسم الكلية V_0 عند أقصي ارتفاع تساوي V_x .	يتحرك الجسم تحت تأثير عجلة الجاذبية الأرضية g , بتأثير الوزن ويطبق علي الجسم معادلات الحركة في خط مستقيم . وحيث أن الجسم يسقط من أقصى ارتفاع $V_{0y} = \text{zero}$ وبالتالى تتحول القوانين الى الشكل التالى : $V_y = gt$ $y = \frac{1}{2} gt^2$ $v_y^2 = 2gy$



مثال $\frac{1}{31}$: رمي جسم من ارتفاع 20 m و بسرعة أفقية مقدارها V , علما أن ازاحة الجسم الأفقية تساوي 25 m , أحسب مقدار V .

y = 20 m
x = 25 m

1- الزمن الذي يستغرقه الجسم ليصل سطح الأرض .

$$y = \frac{1}{2} g t^2$$

$$20 = \frac{1}{2} (10)\, t^2$$

$$t = 2 \text{ s}$$

2- سرعة القذيفة الابتدائية (عند أقصى ارتفاع) .

$$v_x = \frac{x}{t} = \frac{25}{2} = 12.5 \text{ m/s}$$

$$v_y = zero$$

$$v = 12.5 \text{ m/s}$$

3- أحسب السرعة التي تصطدم بها القذيفة في الأرض ؟

$$v_x = 12.5 \text{ m/s}$$

$$V_y = gt = (10)(2) = 20 \text{ m/s}$$

$$V_R = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}$$

$$V = \sqrt{(12.5)^2 + (20)^2} = 23.58 \text{ m/s}$$

$$\tan\theta = \frac{v_y}{v_x} = \frac{20}{12.5} = 1.6$$

$$\theta = 57^0\, 99'$$

4- سرعة القذيفة بعد مرور زمن 1 s .

$v_x = 12.5$ m/s

$V_y = gt = (10)(1) = 10$ m/s

$V_R = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}$

$V = \sqrt{(12.5)^2 + (10)^2} = 16$ m/s

$\tan\theta = \frac{v_y}{v_x} = \frac{10}{12.5} = 0.8$

$\theta = 38^0\ 39'$

5- سرعة الجسم علي ارتفاع 10 m .

$v_x = 12.5$ m/s

$v_y^2 = 2gd = (2)(10)(10) = 200$

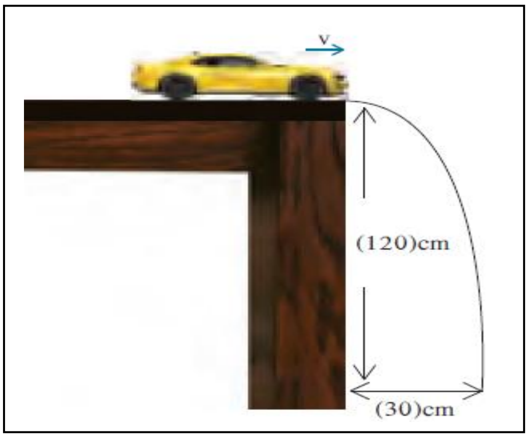
$v_y = 14.14$ m/s

$V_R = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}$

$V = \sqrt{(12.5)^2 + (14.14)^2} = 18.8$ m/s

$\tan\theta = \frac{v_y}{v_x} = \frac{14.14}{12.5} = 1.13$

$\theta = 48^0\ 52'$



مثال $\frac{4}{40}$: دفع ولد سيارته علي حافة طاولة ارتفاعها 120 cm لتسقط و تصطدم بالأرض عند نقطة تبعد أفقيا 30 cm عن الطاولة , أحسب :

$y = 1.2$ m

$x = 0.3$ m

1- الزمن الذي تحتاجه السيارة لتصطدم بالأرض .

$$y = \frac{1}{2} g t^2$$

$$1.2 = \frac{1}{2} (10)\ t^2$$

$$t = 0.48 \text{ s}$$

2- سرعة السيارة الابتدائية

عند نقطة القذف

$$v_x = \frac{x}{t} = \frac{0.3}{0.48} = 0.61 \text{ m/s}$$

$$v_y = \text{zero}$$

$$v = 0.61 \text{ m/s}$$

3- مقدار و اتجاه سرعة السيارة لحظة اصطدامها بالأرض .

عند الأرض :

$$v_x = 0.61 \text{ m/s}$$

$$V_y = gt = (10)\ (0.48) = 4.8 \text{ m/s}$$

$$V_R = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}$$

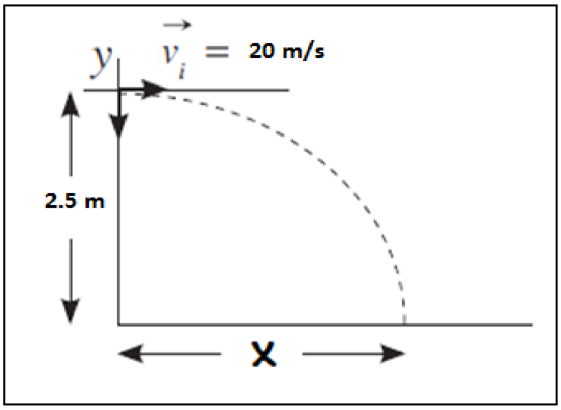
$$V = \sqrt{(0.61)^2 + (4.8)^2} = 4.93 \text{ m/s}$$

$$\tan\theta = \frac{v_y}{v_x} = \frac{4.89}{0.61} = 8.1$$

$$\theta = 82^0\ 88'$$

مثال : اطلقت قذيفة من اقصي ارتفاع بسرعة ابتدائية مقدارها 20 m/s , اذا كان الارتفاع الذي اطلقت منه القذيفة يساوي 2.5m أحسب :

1- الزمن الذي تستغرقة القذيفة للوصول الى الأرض



$$y = \frac{1}{2} g t^2$$

$$2.5 = \frac{1}{2} (10)\, t^2$$

$$t = 0.707 \text{ s}$$

2- المدي الأفقي للقذيفة .

$$v_x = \frac{x}{t} \quad ====> \quad X = V_x\, t$$

$$X = (20)\,(0.707) = 14.14 \text{ m}$$

3- سرعة القذيفة لحظة اصطدامها بالأرض .

$$v_x = 20 \text{ m/s}$$

$$V_y = gt = (10)\,(0.707) = 7.07 \text{ m/s}$$

$$V_R = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = \sqrt{(20)^2 + (7.07)^2} = 21.21 \text{ m/s}$$

$$\tan\theta = \frac{v_y}{v_x} = \frac{7.07}{20} = 0.3535$$

$$\theta = 19^0\, 28'$$

4- سرعة القذيفة علي أرتفاع مقداره 1.5 m

$$v_x = 12.5 \text{ m/s}$$

$$v_y^2 = 2gd = (2)\,(10)\,(1.5) = 30$$

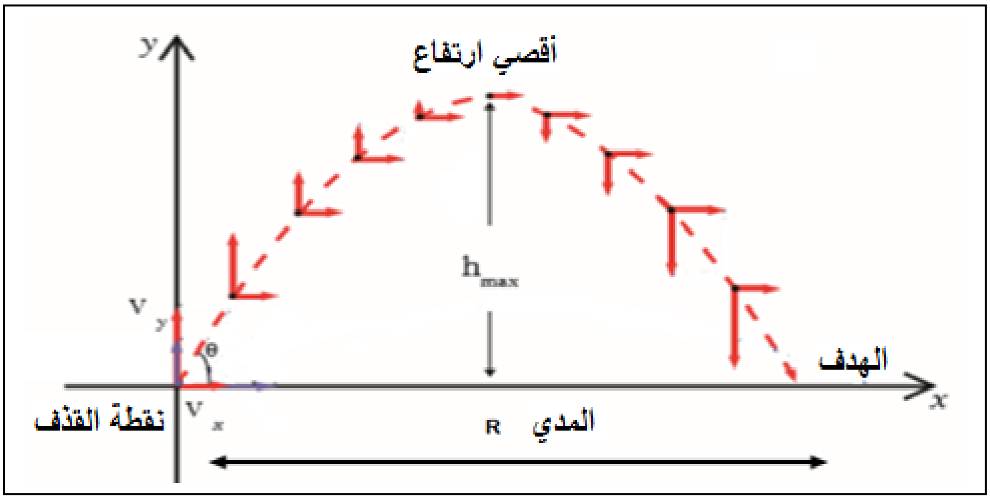
$$v_y = 5.47 \text{ m/s}$$

$$V_R = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = \sqrt{(20)^2 + (5.47)^2} = 20.734 \text{ m/s}$$

$$\tan\theta = \frac{v_y}{v_x} = \frac{5.47}{20} = 0.2735$$

$$\theta = 15^0\, 17'$$

ثانيا- حركة القذيفة من نقطة القذف (0,0) . (قذيفة أطلقت بزاوية)

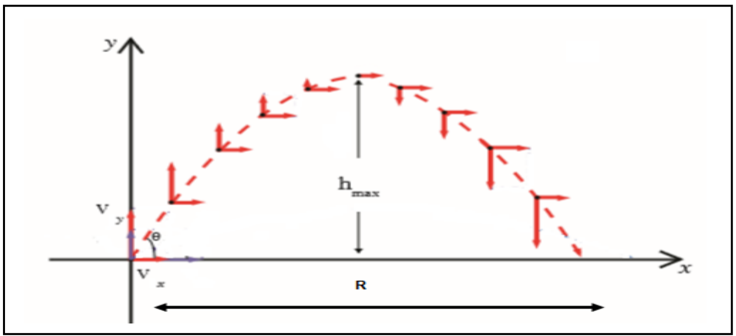


- تنقسم حركة القذيفة الي مركبتين رأسية و أفقية .
- عند اطلاق القذيفة من النقطة (0,0) تتحرك بسرعة ابتدائية V_0 و يمكن تحليل هذة السرعة الي مركبيتن أفقية V_{0X} و مركبة رأسية V_{0Y} .
- بسبب أهمال ممانعة الهواء فأن القذيفة تتحرك علي المسار الأفقي في غياب قوة مؤثرة و بالتالي عجلة الحركة تساوي صفر , أي السرعة تكون منتظمة (ثابتة) , أي ان مقدار V_{0X} ثابت عند جميع نقاط المسار و يمكن تسمية السرعة V_X عند جميع النقاط .
- تتحرك القذيفة علي المسار الرأسي تحت تأثير قوة الوزن و بتأثير عجلة الجاذبية الأرضية.
- لذلك تختلف قيمة المركبة الرأسية للسرعة V_Y من نقطة الي أخري , فتتناقص تدريجيا حتي تصل الي أقصي ارتفاع لتصبح صفر (لأن حركتها عكس الجاذبية الأرضية) , ثم تزداد مرة أخري وهي تهبط نحو الأرض (مع الجاذبية الأرضية) .
- بالتالي سرعة الجسم الكلية عند أقصي ارتفاع تساوي V_X فقط لان $V_Y = zero$ عند أقصي ارتفاع .
- أقصي ارتفاع يصل اليه الجسم يسمي h .
- أقصي مسافة أفقية تتحركها القذيفة تسمي المدي R .

<u>المـــدي R</u>

هو المسافة الأفقية التي تقطعها القذيفة من نقطة القذف حتي الهدف .

- تنقسم حركة القذيفة الي مركبتين رأسية و أفقية يمكن دراستهم كما يلي :



المحور الأفقي x	المحور الرأسي y
1- تتحرك القذيفة في غياب قوة مؤثرة و بالتالي تتحرك بعجلة = صفر 2- تكون قيمة المركبة الأفقية للسرعة <u>ثابتة</u> عند جميع النقاط و تساوي v_{0x} $v_{0x} = v_0 \cos\theta$ 3- زمن وصول القذيفة الي الهدف يساوي ضعف زمن وصول القذيفة الي اقصي ارتفاع $t' = 2\,t$ 4- يمكن حساب مدي القذيفة من العلاقتين التاليين $R = \frac{V_0^2 \sin 2\theta}{g}$ $R = v_x t'$ 5- عند أقصي ارتفاع تكون سرعة الجسم مساوية للمركبة الأفقية للسرعة v_{0x}	1- تتحرك القذيفة الي الاعلي بتأثير عجلة الجاذبية الأرضية و تكون عجلة تباطؤ لانها تتحرك <u>عكس</u> الجاذبية الأرضية g - 2- تتغير قيمة المركبة الرأسية للسرعة من نقطة الي اخري . 3- عند نقطة القذف تكون قيمة المركبة الرأسية للسرعة تساوي v_{0y} $v_{0y} = v_0 \sin\theta$ 4- تطبق معادلات الحركة المعجلة بانتظام علي حركة القذيفة علي المحور الرأسي. $v_y = v_{0y} - gt$ $y = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2$ $v_y^2 = v_{0y}^2 - 2gy$ 5- عند اقصي ارتفاع للقذيفة تكون المركبة الرأسية للسرعة تساوي صفر $v_y = zero$ 6- يمكن حساب الزمن الازم لوصول القذيفة الي أقصي ارتفاع كما يلي : $t = \frac{v_{0y}}{g}$ 7- يمكن حساب أقصي أرتفاع تصل اليه القذيفة كما يلي : $h = \frac{v_{0y}^2}{2g}$

معادلة المسار :

علاقة بين مركبة الحركة الأفقية و مركبة الحركة الرأسية خالية من متغير الزمن .

- أستنتج رياضيا معادلة المسار لقذيفة أطلقت بزاوية تميل علي الأفق بزاوية θ ؟

$$v_{0x} = \frac{x}{t}$$

$$v_0 \cos\theta = \frac{x}{t}$$

$$t = \frac{x}{v_0 \cos\theta}$$

$$y = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$y = v_0 \sin\theta\, t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$y = v_0 \sin\theta \frac{x}{v_0 \cos\theta} - \frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v_0 \cos\theta}\right)^2$$

$$y = v_0 \sin\theta \frac{x}{v_0 \cos\theta} - \frac{1}{2}g\frac{x^2}{{v_0}^2 \cos^2\theta}$$

$$y = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}x - \frac{1}{2}\frac{g}{{v_0}^2 \cos^2\theta}x^2$$

$$y = \tan\theta\ x - \frac{g}{2\,{v_{0x}}^2}x^2$$

ويمكن كتابة المعادلة كما يلي :

$$y = -\frac{g}{2\,{v_{0x}}^2}x^2 + \tan\theta\ x$$

مثال : مدفع يطلق قذائفه بسرعة m/s (400) فإذا كانت ماسورة المدفع تميل بزاوية مقدارها (˚30) على الأفق. احسب:

1- اكتب معادلة المسار للقذيفة .

$V_0 = 400$ m/s

$\theta = 30^0$

$V_{0x} = V_0 \cos\theta = (400) \cos(30) = 346.41$ m/s

$V_{0y} = V_0 \sin\theta = (400) \sin(30) = 200$ m/s

$$y = -\frac{g}{2\,{v_{0x}}^2}x^2 + \tan\theta\ x$$

$$y = -\frac{10}{(2)(346.41)^2}x^2 + \tan(30)\,x$$

$y = -4.16\text{x}10^{-5}\ X^2 + 0.577\ X$

2- زمن وصول القذيفة إلى أقصى ارتفاع.

$$t = \frac{v_{0y}}{g} = \frac{200}{10} = 2\ \text{s}$$

3- الزمن اللازم لإصابة الهدف.

$t' = 2\,t = (2)\ (2) = 4$ s

4- سرعة القذيفة عند أقصى ارتفاع

$V = 346.41$ m/s

$V_x = 346.41$ m/s

$V_y =$ zero

5- المدى الأفقي للقذيفة.

$R = v_x\,t' = (346.41)\ (4) = 1385.64$ m

6- أقصى ارتفاع للقذيفة :

$$h = \frac{v_{0y}^2}{2g} = \frac{(200)^2}{(2)(10)} = 2000\ \text{m}$$

6 – السرعة التي تصطدم بها القذيفة بالهدف .

$V_{0x} = 346.41$ m/s

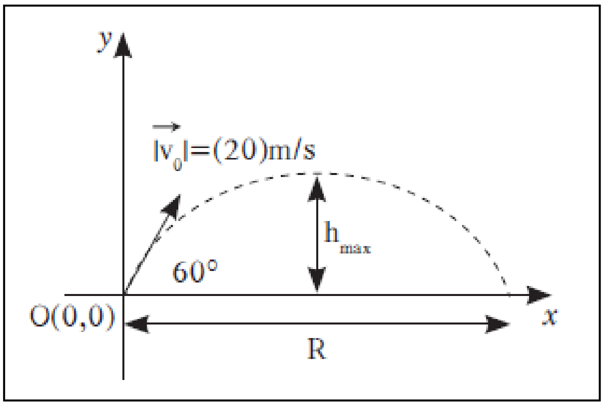
$v_y = v_{0y} - g t' = (200) – [\ (10)\ (4)\ ] = -200$ m/s

$$V_R = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = \sqrt{(346.41)^2 + (-200)^2} = 400\ \text{m/s}$$

$$\tan\theta = \frac{v_y}{v_x} = \frac{-200}{346.41} = -0.57$$

$\theta = 30^0$

مثال $\frac{2}{35}$: أطلقت قذيفة بزاوية 60^0 مع المحور الأفقي من النقطة (0,0) بسرعة ابتدائية 20 m/s أحسب : 1- أكتب معادلة المسار 2- الزمن الازم للوصول الي أقصي ارتفاع 3- أقصي ارتفاع للقذيفة 4- المدي الأفقي 5- سرعة القذيفة لحظة اصطدامها بالأرض



$V_0 = 20$ m/s
$\theta = 60^0$
$t = ?$
$t' = ?$
$h = ?$
$R = ?$
$V = ?$

$V_{0x} = V_0 \cos\theta = (20)\cos(60) = 10$ m/s

$V_{0y} = V_0 \sin\theta = (20)\sin(60) = 17.32$ m/s

$$t = \frac{v_{0y}}{g} = \frac{17.32}{10} = 1.732 \text{ s}$$

$$t' = 2\,t = (2)(1.732) = 3.46 \text{ s}$$

$$h = \frac{v_{0y}^2}{2g} = \frac{(17.32)^2}{(2)(10)} = 15 \text{ m}$$

$$R = v_x\, t' = (10)(3.46) = 34.6 \text{ m}$$

عند سطح الأرض :

$V_{0x} = 10$ m/s

$v_y = v_{0y} - g t'$

$v_y = (17.32) - [\,(10)(3.46)\,] = -17.32$ m/s

$$V_R = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = \sqrt{(10)^2 + (-17.32)^2} = 20 \text{ m/s}$$

$$\tan\theta = \frac{v_y}{v_x} = \frac{-17.32}{10} = -1.732$$

$\theta = 60^0$

مثال $\frac{5}{40}$: أطلقت قذيفة بزاوية 30^0 مع المحور الأفقي من النقطة (0,0) بسرعة ابتدائية 30 m/s أحسب : 1- أكتب معادلة المسار 2- الزمن الازم للوصول الي أقصي ارتفاع 3- أقصي ارتفاع للقذيفة 4- المدي الأفقي 5- سرعة القذيفة لحظة اصطدامها بالأرض

$V_0 = 30$ m/s
$\theta = 30^0$
t = ?
t' = ?
h = ?
R = ?
V = ?

$V_{0x} = V_0 \cos\theta = (30)\cos(30) = 25.98$ m/s

$V_{0y} = V_0 \sin\theta = (30)\sin(30) = 15$ m/s

$$t = \frac{v_{0y}}{g} = \frac{15}{10} = 1.5 \text{ s}$$

$$t' = 2\,t = (2)\,(1.52) = 3 \text{ s}$$

$$h = \frac{v_{0y}^2}{2g} = \frac{(15)^2}{(2)(10)} = 11.25 \text{ m}$$

$$R = v_x\, t' = (25.98)\,(3) = 77.94 \text{ m}$$

<u>عند سطح الأرض :</u>

$V_x = 25.98$ m/s

$$v_y = v_{0y} - g t'$$

$$v_y = (15) - [\,(10)\,(3)\,] = -15 \text{ m/s}$$

$$V_R = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = \sqrt{(25.98)^2 + (-15)^2} = 30 \text{ m/s}$$

$$\tan\theta = \frac{v_y}{v_x} = \frac{-15}{25.98} = -0.57$$

$\theta = 30^0$

مثال- قذفت كرة بسرعة ابتدائية مقدارها $(100\sqrt{2})$ m/s وباتجاه يصنع مع المستوى الأفقي زاوية (45)

1- أكتب معادلة المسار للقذيفة :

$V_{0x} = V_0 \cos\theta = (100\sqrt{2}) \cos(45) = 100$ m/s

$V_{0y} = V_0 \sin\theta = (100\sqrt{2}) \sin(45) = 100$ m/s

$$y = -\frac{g}{2\,{v_{0x}}^2}x^2 + \tan\theta\; x$$

$$y = -\frac{10}{(2)(100)^2}x^2 + \tan(45)\,x$$

$$y = -5\times10^{-4}X^2 + X$$

ثم احسب :

1- الزمن اللازم لكي تصل القذيفة إلى اعلى نقطة في مسارها وإلى نقطة الهدف .

$$t = \frac{v_{0y}}{g} = \frac{100}{10} = 10 \text{ s}$$

$$t' = 2\,t = (2)\,(10) = 20 \text{ s}$$

2- المدى الأفقي للقذيفة .

$$R = v_x\, t' = (100)\,(1) = 100 \text{ m}$$

3- أقصى ارتفاع للقذيفة .

$$h = \frac{v_{0y}^2}{2g} = \frac{(100)^2}{(2)(10)} = 500 \text{ m}$$

4- سرعة الجسم عند أقصى ارتفاع

$V_x = 100$ m/s

$V_y =$ zero

$V = 100$ m/s

5- السرعة التي يصطدم بها الكرة بالأرض .

$V_x = 100$ m/s

$v_y = v_{0y} - gt'$

$v_y =$ (100) – [(10) (20)] = - 100 m/s

$V_R = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = \sqrt{(100)^2 + (-100)^2} = 100\sqrt{2}$ m/s

$\tan\theta = \frac{v_y}{v_x} = \frac{-100}{100} = -1$

$\theta = 45^0$

6- سرعة الكرة بعد مرور ثانية

$V_x = 100$ m/s

$v_y = v_{0y} - gt'$

$v_y =$ (100) – [(10) (1)] = - 90 m/s

$V_R = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = \sqrt{(100)^2 + (-90)^2} = 10\sqrt{181}$ m/s

$\tan\theta = \frac{v_y}{v_x} = \frac{-90}{100} = -0.9$

$\theta = 41^0\ 98'$

7- سرعة القذيفة علي ارتفاع 200 M.

$V_x = 100$ m/s

$v_y^2 = v_{0y}^2 - 2gy$

$v_y^2 = (100)^2$ – [(2) (10) (200)] = 6000

$v_y =$ 77.45 m/s

$V_R = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} = \sqrt{(100)^2 + (77.45)^2} = 126.48$ m/s

$\tan\theta = \frac{v_y}{v_x} = \frac{77.45}{100} = 0.7745$

$\theta = 37^0\ 45'$

ملاحظات :

1- تتخذ القذيفة مسار منحني (قطع مكافئ) وذلك في حالة غياب الهواء . اما في حالة وجود الهواء فأنه يتغير شكل المسار ويصبح قطع مكافئ غير حقيقي و يقل مدى القذيفة .

2- الحركة الافقية و الحركة الرأسية للقذيفة حركة غير مترابطة .

- الحركة علي المحور x حركة بسرعة منتظمة (ثابتة)

- الحركة علي المحور y حركة بعجلة منتظمة (ثابتة)

3- تتحرك القذيفة علي المحور الرأسي y بتأثير الوزن فقط , اي تحت تأثير عجلة الجاذبية الأرضية .

4- لا توجد علاقة بين مسافة السقوط و المركبة الأفقية للسرعة .

5- في حالة غياب الهواء فأنه عند اطلاق قذيفتين ذو كتلتين مختلفتين m_1 , m_2 فأن كلا منهم له نفس المدي و نفس الارتفاع اذا تساوت زاوية الأطلاق و السرعة الابتدائية لكل منهما (V_0 , θ) .

6- السرعة التي تفقدها القذيفة أثناء الصعود تساوي السرعة التي تكتسبها القذيفة أثناء الهبوط (بأهمال مقاومة الهواء) لان القذيفة تتحرك تحت تأثير نفس العجلة (عجلة الجاذبية الأرضية) . لذلك فأن زمن وصول القذيفة الي الهدف يساوي ضعف زمن وصول القذيفة الي اقصي ارتفاع .

مـلاحـظـات :

1- بزيادة مركبة السرعة الرأسية يزداد مقدار ارتفاع القذيفة و بالتالي يزداد مقدار أقصي ارتفاع يصل اليه القذيفة .

لذلك بزيادة زاوية الأطلاق من 0^0 الي 90^0 يزداد المركبة الرأسية للسرعة و يزداد الأرتفاع

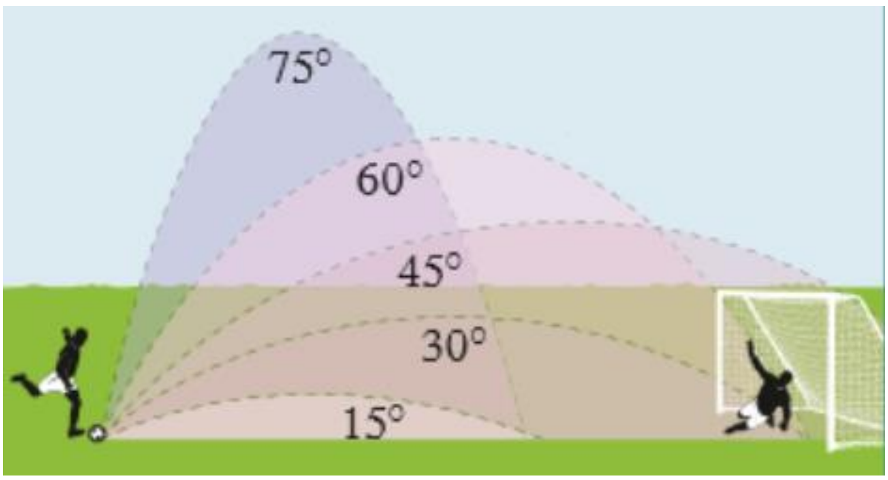
2- بزيادة المركبة الأفقية للسرعة يزداد مدي القذيفة , حتي نصل الي الزاوية 45^0
بعدها بزيادة زاوية الأطلاق يقل مدي القذيفة .

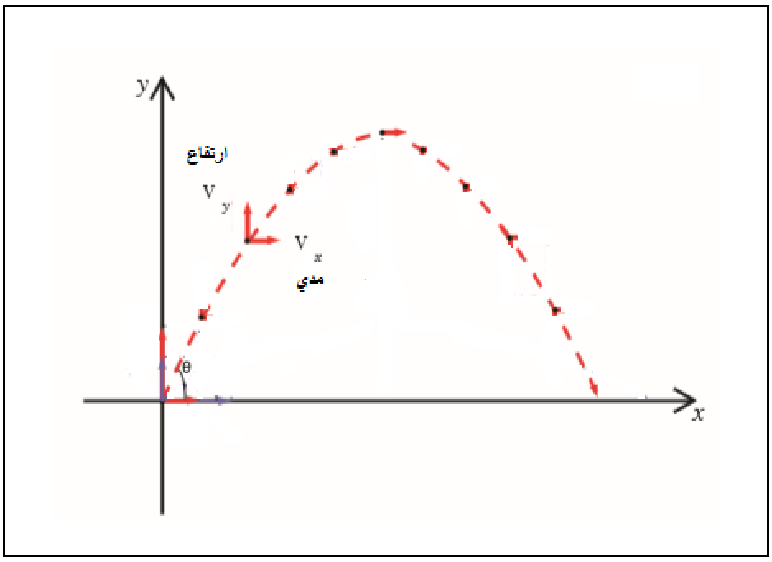
3- أكبر مدي للقذيفة عند الزاوية 45^0 .

4- اي زاويتين مجموعهم يساوي 90 يكون لهم نفس المدي الأفقي .

(20 , 70) ,, (10 , 80) ,, (15 , 75) ,, (30 , 60)

5- مثال : القذيفة (30 و 60) تكون الزاوية الاكبر زمنها في الهواء أكبر لان ارتفاعها يكون اكبر .





المركبة الرأسية للسرعة v_{0y}	المركبة الأفقية للسرعة v_x
$v_{0y} = v_0 \ \sin\theta$ بزيادة مركبة السرعة الرأسية يزداد مقدار ارتفاع القذيفة و بالتالي يزداد مقدار أقصي ارتفاع يصل اليه القذيفة . $0 \xrightarrow[\text{تزداد}]{h} 90$	$v_{0x} = v_0 \ \cos\theta$ بزيادة المركبة الأفقية للسرعة يزداد مدي القذيفة , حتي نصل الي الزاوية 45^0 بعدها بزيادة زاوية الأطلاق يقل مدي القذيفة . $0 \xrightarrow[\text{تزداد}]{R} 45 \xrightarrow[\text{تقل}]{R} 90$

الوحدة الأولي : الحركة

الفصل الثاني : الحركة الدائرية

الدرس 2 - 1 : وصف الحركة الدائرية

الحركة الدائرية :

حركة جسم علي مسار دائري مع المحافظة علي مسافة ثابتة من مركز الدوران

تنقسم الحركة الدائرية الى نوعان :

1- الدوران المحورى :

هو دوران الجسم حول محور يمر بالجسم نفسه

مثال : دوران الأرض حول نفسها

2- الدوران المدارى :

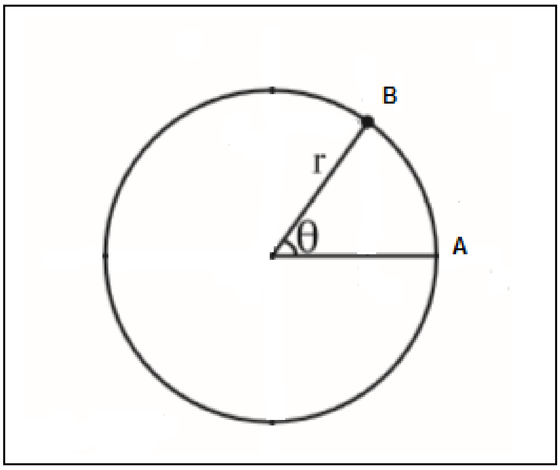
هو دوران الجسم حول محور لا يمر بالجسم .

مثال :1- دوران الأرض حول الشمس

2- دوران الألكترونات حول النواة

الحركة الدائرية المنتظمة :

هي حركة الجسم عندما يقطع أقواسا متساوية في أزمنة متساوية .



خصائص الحركة الدائرية :

1- الزمن الدوري : T

هو الزمن الذي يستغرقه الجسم لعمل دورة واحدة كاملة .

$$T = \frac{t}{n}$$

ثانية s	==========>	الزمن الدوري	T
ثانية s	==========>	زمن الدورات	t
ليس لها وحدة	==========>	عدد الدورات	n

2- التردد : f

هو عدد الدورات التي يعملها الجسم خلال وحدة الزمن (الثانية الواحدة 1 sec)

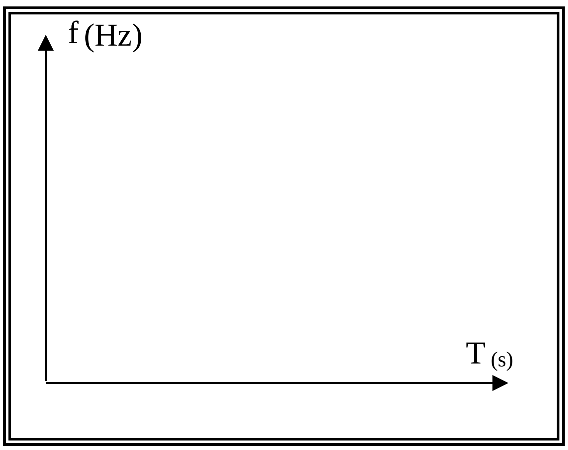
$$f = \frac{n}{t}$$

هيرتز Hz	==========>	التردد	f
ثانية s	==========>	زمن الدورات	t
ليس لها وحدة	==========>	عدد الدورات	n

العلاقة بين التردد و الزمن الدوري :

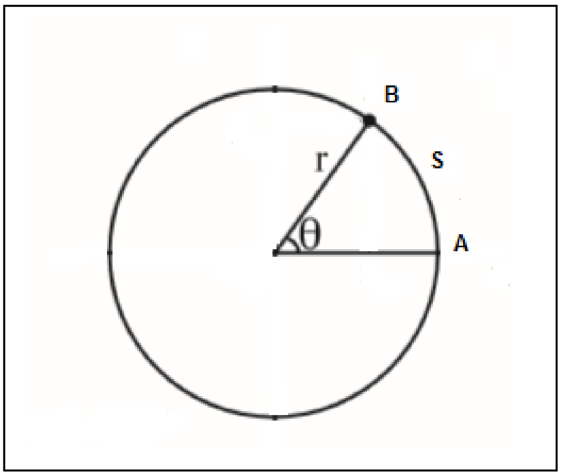
التردد هو مقلوب الزمن الدوري

$$T = \frac{1}{f} \qquad f = \frac{1}{T}$$



3- الأزاحة الزاوية : θ

هي الزاوية التي يمسحها الجسم خلال دورانه



$$S = \theta\, r$$

راديان	Rad	====>	الأزاحة الزاوية	θ
متر	M	====>	الأزاحة	S
متر	M	====>	نصف القطر	r

وحدة الراديان هي الوحدة المستخدمة في حساب الزاوية .

و يوضح الجدول العلاقة بين الدرجة و الراديان .

θ degree	0	90	180	270	360
θ Rad	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$3\frac{\pi}{2}$	2π

التحويل بين الراديان و الدرجة :

$$1\ Rad = 57^0$$

وبالتالي اذا دار الجسم دورة واحدة كاملة يصبح :

$$\theta = 2\pi$$

$$S = 2\pi\, r$$

محيط الدائرة

اما اذا دار الجسم عدة دورات يصبح :

$$S = N\, 2\pi\, r$$

ليس لها وحدة	==========>	عدد الدورات	N

مثال $\frac{1}{45}$: يقف حكم مبارة في مركز المسار الدائري علي بعد 200 m من لاعب يركض في مسار دائري , ركض الاعب علي المسار من الشرق الي الشمال , أحسب :

1- المسافة التي قطعها اللاعب

2- المسافة اذا أكمل اللاعب دورة كاملة .

$R = 200M$

$\theta = \frac{\pi}{2}$ rad

$S = ?$

$S = ?$

دورة كاملة

$S = \theta R$

$S = \frac{\pi}{2}(200) = 100\pi = 314\ M$

$S = 2\pi R$

$S = 2\pi(200)$

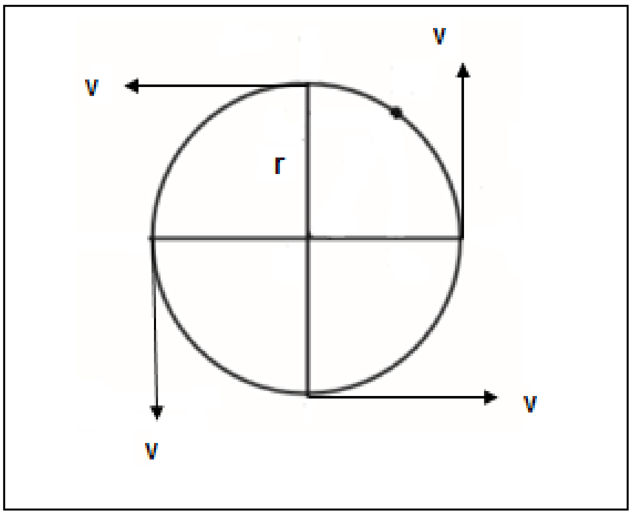
$S = 400\pi\ M$

3- أحسب مسافة السباق اذا قطع اللاعب دورتين.

$S = N(2\pi R)$

$S = 2(2\pi)(200) = 800\pi\ M$

4- السرعة الخطية (المماسية) :



هي المسافة المقطوعة خلال وحدة الزمن .

هي طول القوس المقطوع خلال وحدة الزمن

$$V = \frac{s}{t}$$

اذا دار الجسم دورة واحدة كاملة :

$$S = 2\pi r$$
$$t = T$$

و بالتالي :

$$V = \frac{2\pi r}{T}$$

متر/ ثانية M/S	==========>	السرعة الخطية	V
متر M	==========>	نصف القطر	r
ثانية S	==========>	الزمن الدوري	T

مـلاحـظـات:

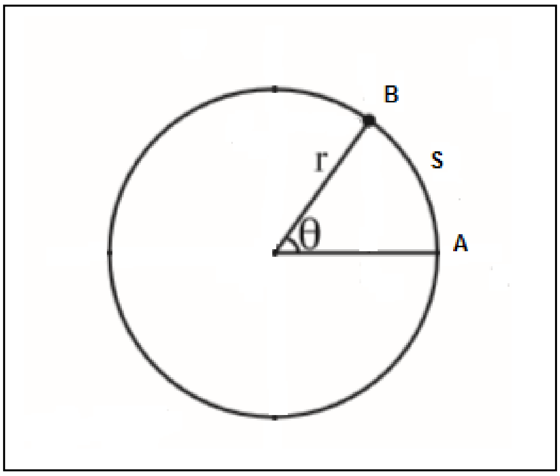
1- السرعة الخطية كمية متجهة يحدد اتجاهها بالمماس عند أي نقطة

2- اذا تحرك جسم حركة دائرية منتظمة فأن السرعة الخطية تكون ثابتة المقدار و متغيرة الأتجاه عند جميع النقاط التي تقع علي نفس البعد عن مركز الدوران .

- أذكر العوامل التي يتوقف عليها مقدار السرعة الخطية لجسم يتحرك حركة دائرية ؟

1- نصف القطر 2- الزمن الدوري

5- السرعة الزاوية : ω (اوميجا)



هي مقدار الزاوية التي يمسحها نصف القطر خلال وحدة الزمن .

$$\omega = \frac{\theta}{t}$$

راديان / ثانية	Rad/s	<====	السرعة الزاوية	ω
راديان	Rad	<====	الأزاحة الزاوية	θ
ثانية	S	<====	الزمن	t

اذا دار الجسم دورة واحدة كاملة :

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

ثانية	S	<==========	الزمن الدوري	T

ملاحظات:

1- السرعة الزاوية مقدار ثابت للجسم المتحرك حركة دائرية منتظمة .

2- في حالة دوران الجسم عكس عقارب الساعة

ω = +

3- في حالة دوران الجسم مع عقارب الساعة

ω = -

- اذكر العوامل التي يتوقف عليها السرعة الزاوية ؟
  1- الزمن الدوري

العلاقة بين السرعة الخطية و السرعة الزاوية :

$$V = \omega r$$

V	السرعة الخطية	======>	m/s
ω	السرعة الزاوية	======>	Rad/s
r	نصف القطر	======>	m

عندما يتحرك الجسم حركة دائرية منتظمة فأن سرعته الزاوية تكون ثابتة المقدار , ويتوقف قيمة سرعته الخطية علي مقدار نصف القطر فقط . بمعني كلما ازداد بعد الجسم عن مركز الدوران يزداد سرعته الخطية و تظل سرعة الدورانية ثابتة .

مثال $\frac{2}{48}$: في لعبة دوراة الخيل التي تدور بسرعة دائرية منتظمة تساوي دورة واحدة كل 45 ثانية , يجلس ولدان علي حصانين , الأول يبعد 2 m عن محور الدوران و الثاني يبعد 4 m عن مركز الدوران أحسب : 1- السرعة الدائرية لكل ولد 2- السرعة الخطية لكل ولد

$n = 1$ دورة

$t = 45\ s$

$R_1 = 2\ M$

$R_2 = 4\ M$

$\omega_1 = ?$

$\omega_2 = ?$

$V_1 = ?$

$V_2 = ?$

$$T = \frac{t}{n} = \frac{45}{1} = 45\ S$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{45} = 0.14\ rad/s$$

بما أن الجسم يتحرك بسرعة زاوية منتظمة :

$$\omega_1 = \omega_2 = 0.14\ rad/s$$

$$V_1 = \omega R_1 = (0.14)(2) = 0.28\ m/s$$

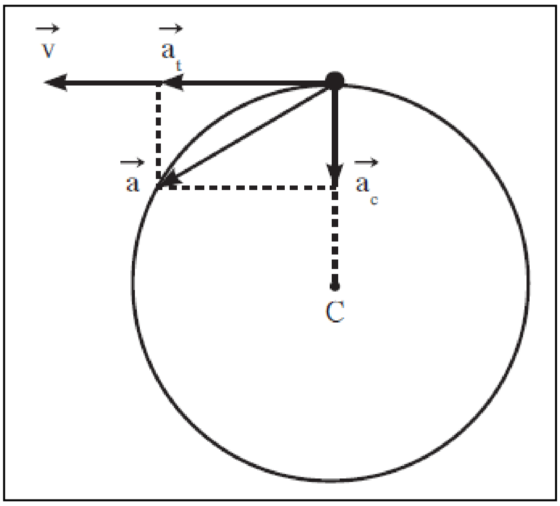
$$V_2 = \omega R_2 = (0.14)(4) = 0.56\ m/s$$

6- العجلة الخطية : a

يكون للجسم المتحرك حركة دائرية منتظمة عجلة خطية a

- تنشأ العجلة الخطية للجسم المتحرك حركة دائرية منتظمة نتيجة اختلاف اتجاه السرعة الخطية للجسم وليس بسبب أختلاف مقدارها .

- تتحلل قيمة العجلة الخطية الي مركبتين :



عجلة مماسية	عجلة مركزية a_c
تساوي صفر لأنها في اتجاه المماس	وتسمي مركزية لانها في اتجاه المركز

$$a_c = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r$$

a_c	العجلة المركزية	=====>	m/s^2
V	السرعة الخطية	=====>	m/s
ω	السرعة الزاوية	=====>	Rad/s
r	نصف القطر	=====>	M

مثال : جسم كتلته 50 g يتحرك علي محيط دائرة قطرها 400 cm حركة دائرية منتظمة فأذا كان الجسم يستغرق 65 s لعمل دورة واحدة كاملة , أحسب :

1- تردد الحركة و زمنها الدوري .

$$f = \frac{n}{t} = \frac{1}{65} = 0.015 \text{ Hz}$$

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{0.015} = 65 \text{ S}$$

2- السرعة الزاوية .

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{65} = 0.096 \text{ rad/s}$$

3- السرعة الخطية .

$$2R = 400 \text{ cm} = 4 \text{ M}$$

$$R = \frac{4}{2} = 2 \text{ M}$$

$$V = \frac{2\pi R}{T} = \frac{2\pi (2)}{65} = 0.19 \text{ m/s}$$

حل اخر :

$$V = \omega R = (0.096)(2) = 0.19 \text{ m/s}$$

4- العجلة المركزية .

$$a_c = \frac{V^2}{R} = \frac{(0.19)^2}{2} = 0.018 \text{ m/s}^2$$

7- العجلة الزاوية : θ''

هي مقدار التغير في السرعة الزاوية خلال وحدة الزمن .

$$\theta'' = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

θ''	العجلة المركزية	=====>	Rad/s^2
ω	السرعة الزاوية	=====>	Rad/s
t	الزمن	=====>	s

عندما يتحرك الجسم حركة دائرية منتظمة , تصبح سرعته الزاوية مقدار ثابت وبالتالي :

ω = ثابت

$$\theta'' = zero$$

مثال : تحرك جسم حركة دائرية منتظمة علي محيط دائرة بسرعة مماسية (خطية) مقدارها *125.6 m/s* فأذا كان تردد الجسيم 6 Hz أحسب :

1- نصف قطر المسار الدائري .

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{10} = 0.1\ S$$

$$V = \frac{2\pi R}{T} \quad ======> \quad 125.6 = \frac{2\pi R}{0.1} \quad =====> R = 2\ M$$

2- العجلة المركزية .

$$a_c = \frac{V^2}{R} = \frac{(125.6)^2}{2} = 7887.6\ m/s^2$$

3- السرعة الزاوية للجسم .

$$\omega = \frac{V}{R} = \frac{125.6}{2} = 62.8\ rad/s$$

4- الزاوية التي يمسحها نصف القطر خلال زمن 3 S .

$$\theta = \omega\ t$$

$$\theta = (62.8)\ (3) = 188.4\ rad$$

5- طول القوس الذي يرسمه الجسم خلال زمن 3s .

$$S = V\ t$$

$$S = (\ 125.6\ )\ (\ 3\ ) = 376.8\ M$$

6- العجلة الزاوية للجسم .

$$\theta'' = zero$$

لان الحركة بسرعة زاوية منتظمة . (حركة دائرية منتظمة)

مثال $\frac{3}{51}$: كرة كتلتها 150 g مربوطة بطرف خيط تدور بحركة دائرية منتظمة علي مسار دائري نصف قطره 60 cm , تصنع الكرة دورتين في الثانية الواحدة , أحسب :

$m = 150\ g$
$R = 60\ cm$
$n = 2$
$t = 1\ s$

1- الزمن الدوري .

$$T = \frac{t}{n} = \frac{1}{2} = 0.5\ S$$

2- التردد .

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0.5} = 2\ Hz$$

3- السرعة الخطية

$$R = \frac{60}{100} = 0.6\ M$$

$$V = \frac{2\pi R}{T} = \frac{2\pi\ (0.6\ )}{0.5} = 7.54\ m/s$$

4- السرعة الزاوية .

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0.5} = 12.5\ rad/s$$

5- العجلة المركزية .

$$a_c = \frac{V^2}{R} = \frac{(7.54)^2}{0.6} = 94.7\ m/s^2$$

6- العجلة الزاوية .

$$\theta'' = zero$$

لان الحركة بسرعة زاوية منتظمة . (حركة دائرية منتظمة)

7- الأزاحة الزاوية التي يعملها الجسم خلال 3 ثواني.

$$\omega = \frac{\theta}{t}$$

$$\theta = \omega\ t$$

$$\theta = (4\pi)\ (3) = 12\pi\ rad$$

8- طول القوس الذي يعمله الجسم خلال زمن 3 ثواني .

$$V = \frac{S}{t}$$

$$S = V\ t$$

$$S = (\ 7.54\ )\ (\ 3\ ) = 22.6\ M$$

الوحدة الأولي : الحركة

الفصل الثاني : الحركة الدائرية

الدرس 2-2 : القوة الجانبة المركزية

<u>القوة الجاذبة المركزية :</u>

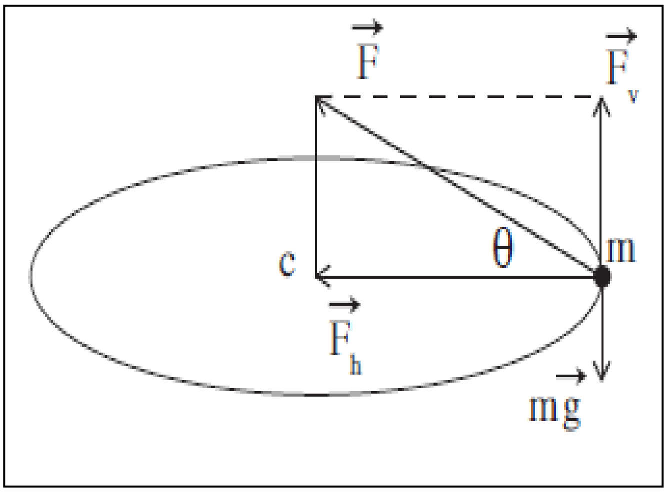
هي القوة التي تسبب الحركة الدائرية للكتلة و يكون اتجاهها دائما نحو مركز الدائرة.

<u>أنواع القوة المركزية في الطبيعة :</u>

1- حركة الارض حول الشمس , حيث تجذب الشمس الأرض في مسارها مسببة دوران الأرض حول الشمس .

2- حركة الألكترون حول النواة , حيث تجذب النواة الألكترون في مساره مسببه دوران اللكترون حول النواة

- يمكن تحليل القوة المؤثرة علي جسم يتحرك حركة دائرية الي مركبيتن :



1- <u>مركبة رأسية</u> F_v

وهي تتساوي في المقدار مع وزن الجسم و تعاكسه في الأتجاه و بالتالي تكون محصلتهما صفر .

2- <u>مركبة افقية</u> F_h

وهي تعمل في أتجاه المركز و تسمي القوة الجاذبة المركزية و التي تعمل علي جذب الجسم في أتجاه المركز . وتجعله يغير مساره بأستمرار و يكتسب عجلة مركزية .

وهي محصلة القوة التي تؤثر علي الجسم

القوة الجاذبة المركزية : F_C

محصلة عدة قوي مؤثرة علي جسم يتحرك حركة دائرية منتظمة تكسبه تسارعا مركزيا يتناسب طرديا مع مربع السرعة و عكسيا مع نصف قطر المسار .

$$F_c = m\,a_c.$$

$$F_c = \frac{m\,v^2}{r} \qquad F_c = m\,\omega^2\,r$$

F_c	القوة المركزية	=====>	N	نيوتين
a_c	العجلة المركزية	=====>	m/s^2	متر/ثانية^2
V	السرعة الخطية	=====>	m/s	متر / ثانية
ω	السرعة الزاوية	=====>	Rad/s	راديان / ثانية
r	نصف القطر	=====>	M	متر
m	الكتلة	=====>	Kg	كيلوجرام

- اذكر العوامل التي يتوقف عليها القوة المركزية ؟

1- كتلة الجسم

2- سرعة الجسم

3- نصف قطر المسار

مثال $\frac{2}{57}$: طائرة تتحرك بسرعة 56.6 m/s في مسار دائري نصف قطره 188.5 m أحسب كتلة الطائرة اذا علمت أن القوة الجاذبة المركزية اللازمة لابقائها علي مسارها الدائري 1.89×10^4 N .

V = 56.6 m/s
R = 188.5 m
m = ?
$F_C = 1.89\times10^4$ N

$$F_c = \frac{m\,v^2}{r}$$

$$1.89\times10^4 = \frac{m\,(56.6)^2}{188.5}$$

m = 1112 Kg

مثال $\frac{1}{56}$: سيارة كتلتها 1.5 ton تتحرك بسرعة منتظمة علي طريق دائري نصف قطره 50 m, أكملت السيارة خمس دورات في 314 S , أحسب :

m = 1.5 ton
R = 50 m
n = 5
t = 314 s

1- التردد و الزمن الدوري .

$$f = \frac{n}{t} = \frac{5}{314} = 0.015\ Hz$$

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{0.015} = 62.8\ S$$

2- السرعة الخطية و السرعة الزاوية للسيارة .

$$V = \frac{2\pi R}{T} = \frac{2\pi\,(50)}{62.8} = 5\ \text{m/s}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{62.8} = 0.1\ rad/s$$

3- العجلة المركزية .

$$a_c = \frac{V^2}{R} = \frac{(5)^2}{50} = 0.5\ \text{m/s}^2$$

4- القوة المركزية .

$$m = 1.5 \times 1000 = 1500\ \text{kg}$$

$$F_c = m\,a_c = (1500)\,(0.5) = 750\ \text{N}$$

مثال : ربط جسم كتلته kg (0.5) بطرف حبل طوله (1) ثم أدير في مستوى أفقي بمعدل (120) دورة كل دقيقة احسب مايلي :

أ – السرعة الزاوية والسرعة الخطية للحجر .

$$T = \frac{t}{n} = \frac{1 \times 60}{120} = 0.5\ \text{s}$$

$$V = \frac{2\pi R}{T} = \frac{2\pi\,(1)}{0.5} = 4\pi\ \text{m/s}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0.5} = 4\pi\ rad/s$$

ب – العجلة المركزية

$$a_c = \frac{V^2}{R} = \frac{(4\pi)^2}{1} = 157.9\ \text{m/s}^2$$

ج – قوة شد الحبل على الجسم

$$F_c = m\,a_c = (0.5)\,(157.9) = 78\ \text{N}$$

مثال : جسم كتلته gm (50) يتحرك على محيط دائرة قطرها cm (400) حركة دائرية منتظمة فإذا كان الجسيم يستغرق s (65) لعمل دورة كاملة . احسب :

1 ــ ترددالحركة و زمنها الدوري .

$$f = \frac{n}{t} = \frac{1}{65} \ Hz$$

$$T = 65 \ S$$

2ــ السرعة الزاوية.

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{65} = 0.09 \ rad/s$$

3ــ السرعة الخطية.

$$V = \omega R = (0.09)\ (2) = 0.18 \ m/s$$

4ــ العجلة المركزية

$$a_c = \frac{V^2}{R} = \frac{(0.18)^2}{2} = 0.016 \ m/s^2$$

5ــ قوة الجذب المركزية

$$m = \frac{50}{1000} = 0.05 \ kg$$

$$F_c = m\, a_c = (0.05)\ (0.016) = 8.1 \times 10^{-4} \ N$$

مثال : مروحـة طـائرة عمودية كتلتـها Kg (50) تتحـرك في مسـار دائـري نصف قطره m (5) تدور بمعدل (1500) لفة خلال S (π 300) احسب :

أ ـ السرعة الزاوية

$$T = \frac{t}{n} = \frac{300\,\pi}{1500} = \frac{\pi}{5} \ s$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{(\frac{\pi}{5})} = 10 \ rad/s$$

ب ـ السرعة الخطية

$$V = \omega R = (10)\ (5) = 50 \ m/s$$

ج ـ العجلة الجاذبة المركزية

$$a_c = \frac{V^2}{R} = \frac{(50)^2}{5} = 500 \ m/s^2$$

د. القوة الجاذبة المركزية التي تجعل الجسم محتفظ بمساره الدائري

$$F_c = m\, a_c = (50)\ (500) = 25000 \ N$$

تطبيقات علي القوة الجاذبة المركزية :

في الحوض المغزلي للغسالات يدور الحوض بسرعة كبيرة و يؤثر الجدار الداخلي للحوض علي الملابس بقوة جاذبة مركزية تجعل الملابس تلتصق بالجدار الداخلي للحوض .

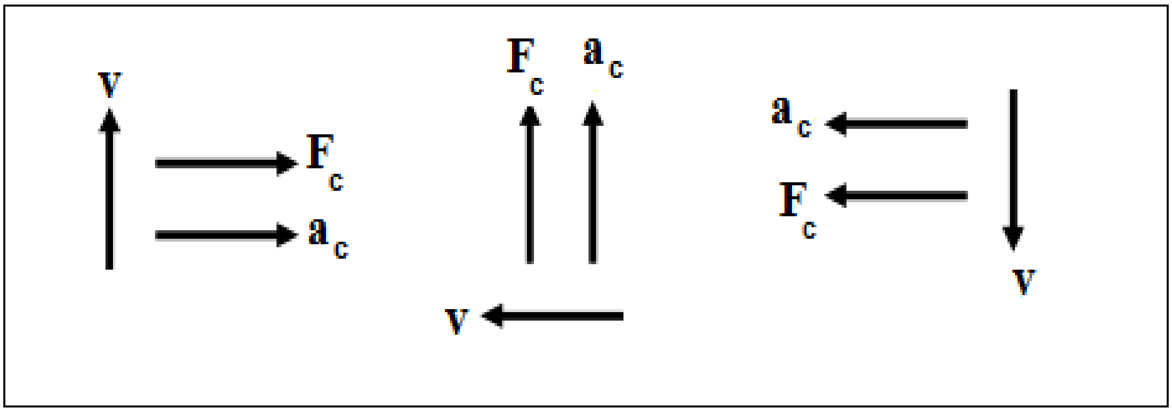
- تخرج المياه من فتحات الحوض وبالتالي تؤثر القوة الجاذبة المركزية للحوض علي الملابس فقط وليس علي الماء .
- لذلك تؤدي القوة الجاذبة المركزية الدور الأساسي في عمليات الطرد المركزي .

زوال القوة الجاذبة المركزية :

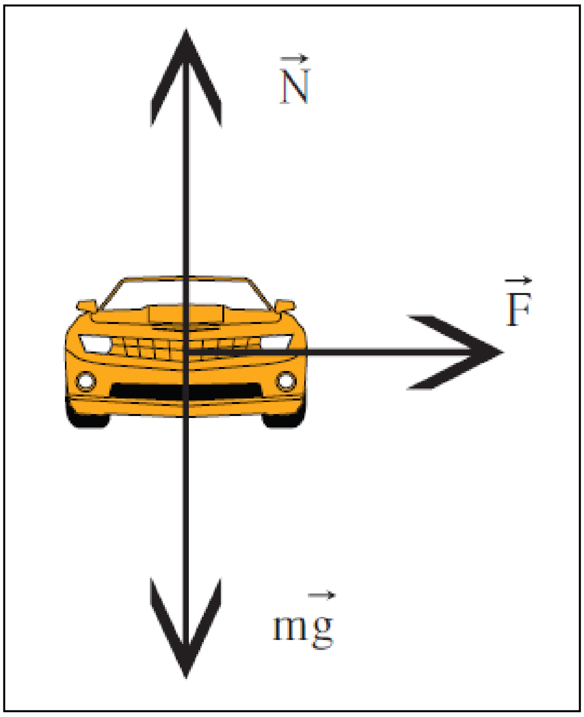
عند زوال القوة الجاذبة المركزية فأن الجسم يتحرك في خط مستقيم و في نفس اتجاه السرعة الخطية و ذلك طبقا للقانون الأول لنيوتين و بتأثير القصور الذاتي .

مخطط الحركة الدائرية المنتظمة :

تكون القوة المركزية و العجلة المركزية في نفس الأتجاه و السرعة الخطية عمودية عليهما .



تطبيقات علي القوة الجاذبة المركزية :



1- الأنزلاق علي طريق دائري أفقي :

عندما تتحرك السيارة علي طريق دائري أفقي فأن السيارة تقع تحت تأثير ثلاث قوي وهي :

1- قوة الوزن W

2- قوة رد الفعل N

3- قوة الأحتكاك f_s

كما هو مبين بالشكل يتساوي قوة الوزن و قوة رد الفعل للسيارة , لتصبح القوة الوحيدة المؤثرة علي السيارة هي قوة الأحتكاك .

تمثل قوة الاحتكاك بين أطارات السيارة و الأرض القوة الجاذبة المركزية . لذلك تحتاج السيارة الي قوة مركزية كافية لابقاء السيارة علي مسارها الدائري وهذا ما توفره قوة الأحتكاك بين العجلات و الطريق . فعتدما لا تكون هذة القوة كافية كما يحدث في الايام الممطرة ستنزلق السيارة .

$$f_s = \mu\, m\, g$$

f_s	قوة الاحتكاك	=====>	N
μ	معامل الاحتكاك	=====>	ليس له وحدة
m	الكتلة	=====>	Kg
g	عجلة الجاذبية الأرضية	=====>	m/s^2

معامل الأحتكاك : μ

هو النسبة بين قوة الأحتكاك الي قوة رد الفعل .

مــلاحـــظــات :

1- اذا كانت القوة الجاذبة المركزية أكبر من قوة الأحتكاك بين أطارات السايرة و الطريق فأن السايرة تنقلب بسبب سرعتها و يجب تقليل السرعة للمرور بأمان

2- اذا كانت قوة الأحتكاك مساوية أو أكبر من القوة الجاذبة المركزية فأن السيارة تتحرك علي الطريق الدائري الأفقي بسرعة امنه . (دون ان تنقلب)

- استنتاج قانون لحساب السرعة الامنه للسيارة علي طريق دائري افقي

$$F_c = f_s$$

$$\frac{m\,v^2}{r} = \mu \text{ m g}$$

$$v^2 = f_s \frac{r}{m}$$

$$v = \sqrt{\frac{f_s\ r}{m}}$$

m/s	=====>	السرعة الامنة	v
N	=====>	قوة الاحتكاك	f_s
Kg	=====>	الكتلة	m
m/s^2	=====>	عجلة الجاذبية الأرضية	g

- اذكر العوامل التي يتوقف عليها السرعة الامنة للسيارة علي طريق دائري أفقي ؟

1- قوة الأحتكاك　　2- نصف قطر الطريق　　3- كتلة السيارة

مثال $\frac{4}{60}$: ما هي السرعة القصوي التي يمكن أن تتحرك بها سيارة كتلتها 1500 kg بحيث تستطيع أن تنحرف علي مسار دائري قطره 70 m علما أن معامل الاحتكاك السكوني بين العجلات و الطريق يساوي 0.8 .

V = ?
m = 1500 kg
R = 70 m
μ = 0.8

$f_s = \mu m g$

$f_s = (0.8)(1500)(10) = 12000$ N

$$v = \sqrt{\frac{f_s\ r}{m}} = \sqrt{\frac{(1200)(70)}{(1500)}} = 23.6 \text{ m/s}$$

اذا تحركت السيارة بسرعة أكبر من هذة السيارة فأن السيارة تنزلق .

مثال $\frac{7}{60}$: سيارة كتلتها 1350 kg تنعطف بسرعة 50 km/h علي مسار دائري أفقي قطره 400 m أحسب : 1- العجلة المركزية للسيارة 2- القوة الجاذبة المركزية
3- مقدار أصغر معامل أحتكماك بين العجلات و الطريق يسمح للسيارة بالالتفاف بدون انزلاق

m = 1350 kg
V = 50 km/hr
2R = 400 m
a_c = ?
F_c = ?
μ = ?

$$V = 50\ \frac{km}{hr} = 50\ \frac{1000}{3600} = 13.88 \text{ m/s}$$

$$R = \frac{400}{2} = 200 \text{ m}$$

$$a_c = \frac{V^2}{R} = \frac{(13.88)^2}{200} = 0.964 \text{ m/s}^2$$

$F_c = m\, a_c = (1350)(0.964) = 1302.08$ N

اذا تحركت السيارة بأمان

$F_c = f_s$

$f_s = \mu m g$

$1302.08 = \mu (1350)(10)$

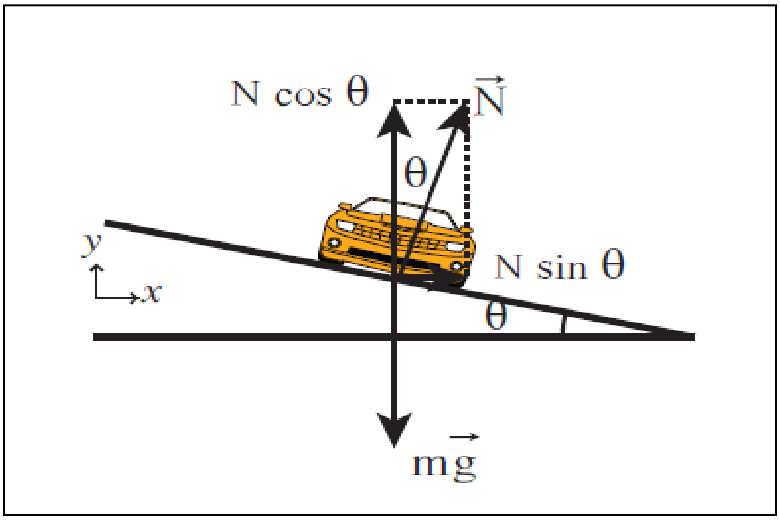
$\mu = 0.09$

مثال : سيارة كتلتها 1000 kg تتحرك علي مسار دائري قطره 100 m علي طريق افقي بسرعة 14 m/s هل تستطيع السيارة الالتفاف ام تنزل في كل من الحالات التالية :

الطريق جاف $\mu = 0.66$	الطريق مبلل $\mu = 0.25$
$R = \frac{100}{2} = 50\ m$ $F_c = \frac{m v^2}{r} = \frac{(1000)\,(14)^2}{50} = 3920\ N$	
$f_s = \mu\, m\, g$ $f_s = (0.66)(1000)\,(10)$ $f_s = 6600\ N$ $F_C < f_s$ لا تنزلق السيارة	$f_s = \mu\, m\, g$ $f_s = (0.25)(1000)\,(10)$ $f_s = 2500\ N$ $F_C > f_s$ تنزلق السيارة

2-المنعطفات المائلة :

عند أمالة الطرق في المنعطفات الدائرية فأن القوة الموثرة علي الجسم تصبح :



1- الوزن w

2- مركبة رد الفعل $N \cos\theta$

3- مركبة رد الفعل $N \sin\theta$

من الشكل يتساوي الوزن مع مركبة رد الفعل $N \cos\theta$ في المقدار و يتعاكس في الاتجاه لذلك تلاشي كلا منهما الأخري و تصبح القوة الوحيدة المؤثرة علي الجسم هي مركبة رد الفعل $N \sin\theta$

وبالتالي تصبح القوة المركزية ممثلة في قوة مركبة رد الفعل $N \sin\theta$

لذلك يمكن استنتاج السرعة الامنه (سرعة التصميم) للسيارة علي الطريق المائل

$$W = N\cos\theta \Longrightarrow mg = N\cos\theta \Longrightarrow N = \frac{mg}{\cos\theta}$$

$$F_c = N\sin\theta \Longrightarrow \frac{mv^2}{r} = N\sin\theta \Longrightarrow V^2 = \frac{N\,r\sin\theta}{m}$$

$$V^2 = \frac{m\,g\,r\sin\theta}{m\cos\theta} = g\,r\tan\theta$$

$$V = \sqrt{r\,g\tan\theta}$$

مــــلاحـــــظــــات :

1- يجب امالة الطرق عند المنعطفات الدائرية للتخلص من تأثير قوة الاحتكاك بين الاطارات و الطريق .

2- تسمي السرعة علي الطريق المائل بسرعة التصميم لانها تحدد بواسطة تصميم الطريق دون اي تأثير لقوة الاحتكاك .

- اذكر العوامل التي يتوقف عليها سرعة السيارة علي طريق مائل ؟

1- نصف قطر الطريق　　　　2- زاوية ميل الطريق

مثال $\frac{6}{60}$ أحسب السرعة القصوي لسيارة كتلتها 1500 kg لتنعطف علي منحني مائل بزاوية 25^0 و نصف قطره 50 m بدون الحاجة الي قوة احتكاك بين الاطارات و الطريق .

$v = ?$
$m = 1500\ kg$
$\theta = 25^0$
$R = 50\ M$

$$V = \sqrt{r\,g\tan\theta}$$

$$V = \sqrt{(50)\,(10)\tan(25)}$$

$$V = 15.26\ m/s$$

مثال $\frac{3}{59}$: أحسب الزاوية التي يجب امالة منعطف نصف قطره 50 m ليسمح لسيارة للانعطاف بسرعة 50 km/h دون الحاجة الي قوة احتكاك بين الاطارات و الطريق .

$\theta = ?$
$R = 50\ M$
$v = 50\ km/hr$

$$V = 50\,\frac{km}{hr} = 50\,\frac{100}{60} = 13.88\ m/s$$

$$V = \sqrt{r\,g\tan\theta}$$

$$13.88 = \sqrt{(50)\,(10)\tan\theta}$$

$$\tan\theta = 0.38 \quad =====> \theta = 21^0\ 5'$$

مثال : يدور راكب دراجة هوائية علي مسار دائري يميل بزاوية مقدارها 15^0 علي المستوي الأفقي .إذا كان قطر المسار 40 M احسب .

أ- أقصي سرعة يمكن ان يتحرك بها الجسم علي هذا المسار (سرعة التصميم)

$$V = \sqrt{r\,g\tan\theta} = \sqrt{(40)\,(10)\tan(15)} = 10.35\ m/s$$

ب- العجلة المركزية للدراجة .

$$a_c = \frac{V^2}{R} = \frac{(10.35)^2}{40} = 2.67\ m/s^2$$

الوحدة الأولي : الحركة

الفصل الثالث : مركز الثقل

الدرس 3-1: مركز الـثـقـل

الوزن :

هو مقدار جذب الأرض للأجسام

$$W = m . g$$

نيوتين	N	=====>	الوزن	w
كيلو جرام	kg	=====>	الكتلة	m
متر/ ثانية^2	M/S^2	=====>	عجلة الجاذبية الأرضية	g

يعتبر الوزن أحد أشكال القوة لذلك يحدد بالمقدار والاتجاه و نقطة التأثير .

مركز الثقل :

هو نقطة تأثير ثقل الجسم (وزن الجسم)

ـ عند التاثير علي الجسم بقوة تساوي مقدار الوزن و تعاكسه في الأتجاه و عند نقطة مركز الثقل فأن الجسم يتزن , (تصبح القوة المؤثرة عليه = صفر)

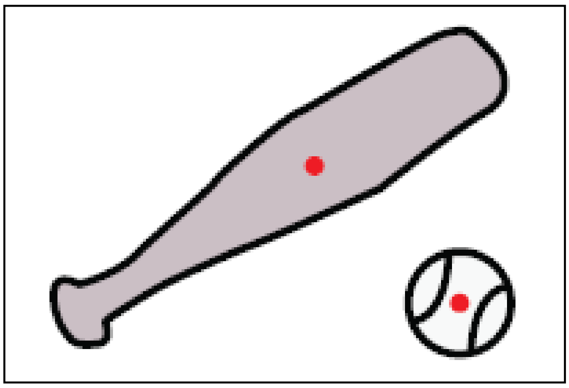
مركز الثقل :

النقطة التي تقع عند الموضع المتوسط للجسم الصلب المتماسك و المتجانس

تحديد موضع مركز الثقل :

مركز الثقل

جسم منتظم الشكل الهندسي (متجانس)	جسم غير منتظم الشكل الهندسي
يقع مركز الثقل عند المركز الهندسي للشكل	يقع مركز الثقل عند الطرف الثقل
مثال : الكرة – الحلقة – المثلث – المستطيل – المخروط	مثال : المضرب – المطرقة



ملاحظة :

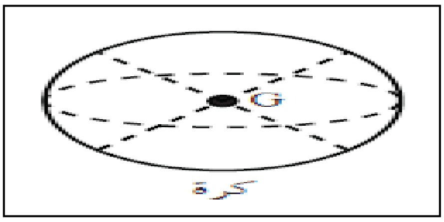
- اذا كان الجسم منتظم الشكل لكن غير متجانس , فأن مركز الثقل لا يصبح عند المركز الهندسي للشكل , بل يصبح اقرب للطرف الاثقل .

مثال : اذا ملئ جزء من كرة مجوفة بالرصاص يصبح مركز ثقلها عند الطرف الممتلئ بالرصاص وليس عند مركز الكرة .

تحديد مركز الثقل لجسم منتظم الشكل الهندسي :

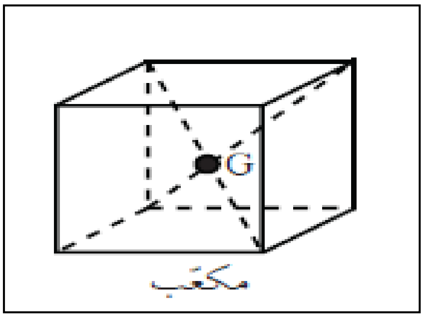
1- الكرة :

يقع مركز الثقل عند مركز الكرة .



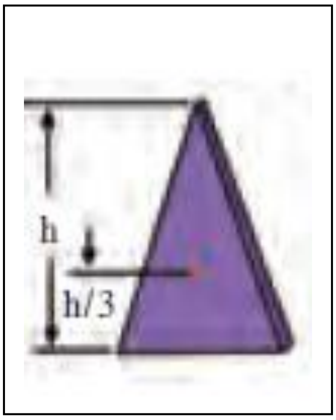
2- المستطيل (المربع)

يقع مركز الثقل عند تقاطع وتري المستطيل .



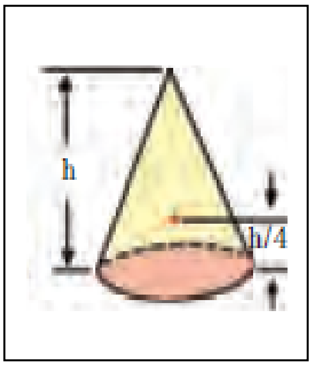
3- المثلث :

يقع مركز الثقل علي الخط الواصل بين رأس المثلث و قاعدته و علي ارتفاع مقداره $\frac{h}{3}$ من قاعدة المثلث .



4- مخروط :

يقع مركز الثقل علي الخط الواصل بين رأس المخروط و قاعدته وعلي ارتفاع $\frac{h}{4}$ من قاعدة المخروط .



حركة الاجسام علي سطح أفقي أملس

جسم غير منتظم الشكل

مركز الثقل

يتحرك في خط مستقيم و بسرعة ثابتة بسبب غياب قوة الاحتكاك

باقي اجزاء الجسم

يتحرك حركة دائرية حول مركز الثقل للجسم

جسم منتظم الشكل

يتحرك الجسم في خط مستقيم و بسرعة ثابتة بسبب غياب قوة الاحتكاك

حركة الاجسام في الهواء

جسم غير منتظم الشكل

مركز الثقل

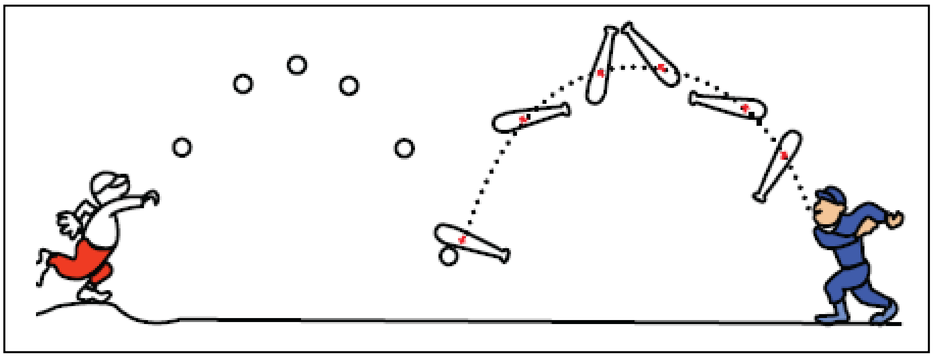
يتحرك في مسار قطع مكافئ بسبب غياب قوة الاحتكاك مع الهواء

باقي اجزاء الجسم

يتحرك حركة دائرية حول مركز الثقل للجسم

جسم منتظم الشكل

يتحرك في مسار قطع مكافئ بسبب غياب قوة الاحتكاك



ملاحظة :

لن يتأثر حركة مركز الثقل للالعاب النارية قبل الانفجار او بعده و يتخذ مسار قطع مكافئ ولا يتاثر بالانفجار , بل باقي أجزاء الجسم تبتعد بتاثير الانفجار وبالتالي (الانفجار لن يغير موضع مركز الثقل)

الوحدة الأولي : الحركة

الفصل الثالث : مركز الثقل

الدرس 3 - 2 : مركز الـكـتـلـة

مركز الكتلة (مركز العطالة)

هو الموضع المتوسط لكتل جميع الجزيئات التي يتكون منها الجسم .

- يعتبر مركز الكتلة ومركز الثقل مفهوم واحد للأجسام الصغيرة أو القريبة من الأرض .

- مركز الكتلة ثابت لا يتغير بالنسبة لجميع الاجسام القريبة او البعيدة عن سطح الأرض .

- لكن مركز الثقل يختلف في الاجسام الكبيرة ذات الارتفاعات الشاهقة نتيجة اختلاف قوي الجاذبية الارضية عند اجزاء الجسم المختلفة .

وبالتالى :

- يكون موضع مركز الكتلة هو نفسه موضع مركز الثقل في الاجسام الصغيرة والقريبة من سطح الأرض .

- يختلف موضع مركز الكتلة عن موضع مركز الثقل في الاجسام الشاهقة الارتفاع والبعيدة عن سطح الأرض .

مثال :

- يقع مركز ثقل مبني مركز التجارة العالمي اسفل مركز كتلته بحوالي 1 mm وبالتالي يختلف موضع مركز الكتلة عن مركز الثقل بسبب اختلاف قوي الجاذبية الارضية عند اجزاء المبني المختلفة .

موضع مركز الكتلة :

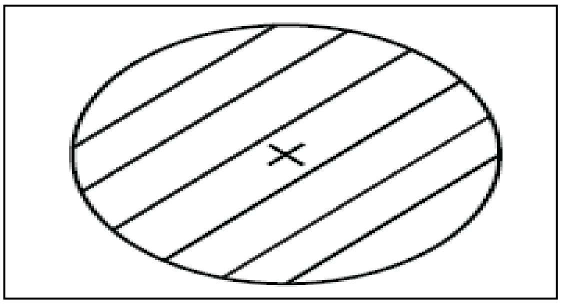
مركز الكتلة

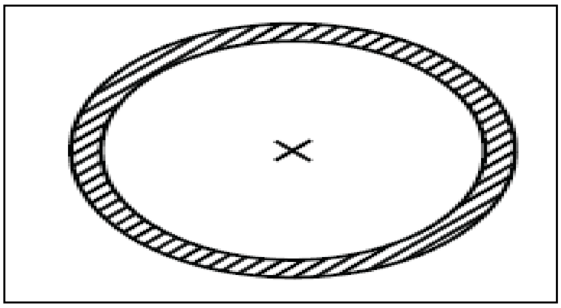
يقع في نقطة مادية في الجسم

مثال : قرص من المعدن
ينطبق مركز الكتلة علي مركز القرص

يقع في نقطة غير مادية خارج الجسم

مثال : حلقة من المعدن
ينطبق مركز الكتلة علي مركز الحلقة





حركة مركز الكتلة
(جسم غير منتظم)

علي سطح افقي

مركز الكتلة: خط مستقيم

باقي اجزاء الجسم: حركة دائرية حول مركز الكتلة

في الهواء

مركز الكتلة: قطع مكافئ

باقي اجزاء الجسم: حركة دائرية حول مركز الكتلة

ملاحظة :

في الالعاب النارية يتحرك مركز الكتلة قبل انفجارها علي مسار القطع المكافئ و بعد الانفجار تتحرك الشظايا في كل الاتجاهات راسمة قطوع مكافئة في حين يكمل مركز الكتلة حركته علي مساره القديم .

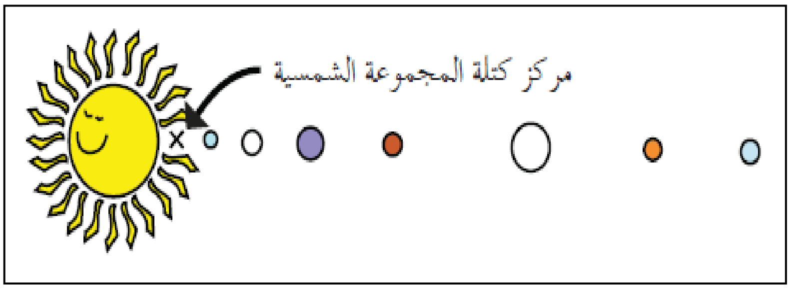
تأرجح النجوم :

تدور كواكب المجموعة الشمسية و الشمس حول مركز كتلة المجموعة الشمسية .

- اذا كانت الكواكب تقع علي خط مستقيم يكون مركز الكتلة للمجموعة الشمسية خارج الشمس و علي بعد 800 الف كيلو متر من سطح الشمس .

- لكن وجود الكواكب مبعثرة حول الشمس يجعل مركز كتلة المجموعة الشمسية داخل الشمس و أقرب لمركزها .

- لذلك تدور الشمس حول مركز كتلة المجموعة الشمسية الذي يقع داخلها فتبدو الشمس من بعيد كما لو انها تتأرجح .



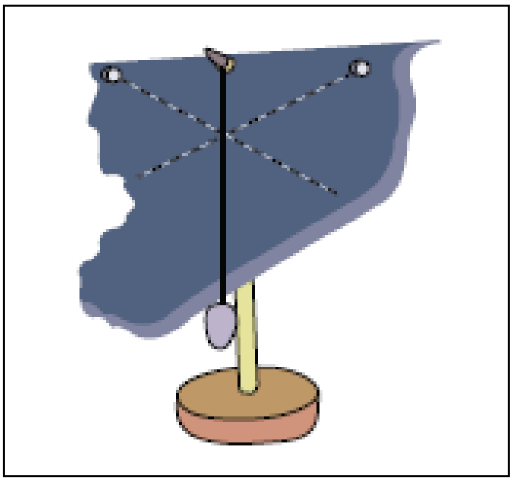
الوحدة الأولي : الحركة

الفصل الثالث : مركز الثقل

الدرس 3 - 3 : تحديد موضع مركز الكتلة
[مركز الثقل]

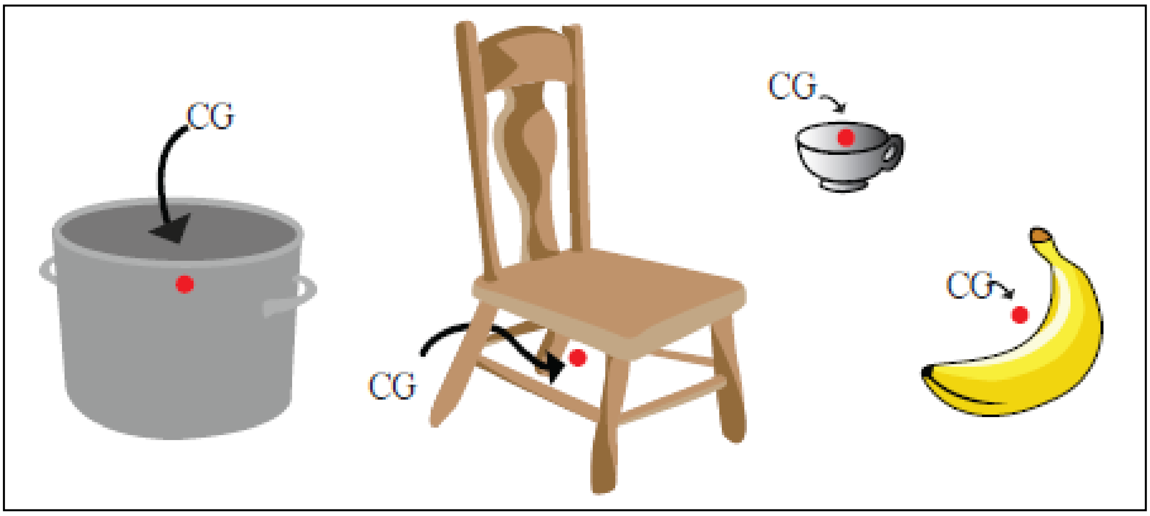
سنتعامل في هذا الجزء مع الاجسام الصغيرة نسبيا لذلك يعتبر مفهوم مركز الكتلة ومركز الثقل مفهوم واحد .

تحديد موضع مركز الثقل للأجسام الغير منتظمة الشكل (عمليا)



1- يتم تعليق الجسم من أحد اطرافه
2- عند اتزان الجسم (ثباته) يتم رسم خط من نقطة التعليق الي أسفل الجسم
3- يعلق الجسم من نقطة أخري ونكرر الخطوة رقم 2
4- نقطة تقاطع الخطوط هي مركز الثقل .

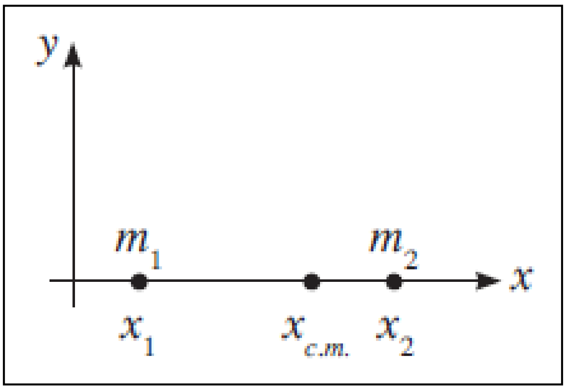
موضع مركز الثقل لبعض الأجسام :



1- نلاحظ أن مركز الثقل يقع اسفل الكرسي .
2- نلاحظ أن مركز الثقل يقع في التجويف داخل الوعاء و الفنجان .
3- نلاحظ أن مركز الثقل يقع خارج الموزة
اي ان مركز الثقل في الأجسام كلها في نقطة ليست موجودة علي الجسم .

حساب موضع مركز كتلة جسمين نقطيين :

1- على المحور السينى (الأفقى) X .



$$X_{cm} = \frac{(m_1\, x_1) + (m_2 x_2)}{(m_1 + m_2)}$$

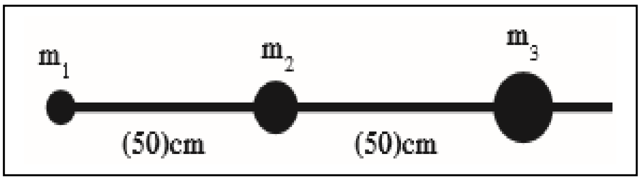
مثال $\frac{1}{80}$: كتلتان نقطيتان $m_1 = 2\ kg$, $m_2 = 8\ kg$ تقعان علي محور السينات تبعدان عن بعضهما 6 cm , أحس أين يقع مركز كتلة الجسمين .

$$X_{cm} = \frac{(m_1\, x_1) + (m_2 x_2)}{(m_1 + m_2)}$$

$$X_{cm} = \frac{(2\ x\ zero) + (8\ x\ 6)}{(2+8)} = 4.8\ cm$$

$$CG = (4.8,0)$$

مثال $\frac{2}{102}$: ثلاث كتل نقطية $m_1 = 10\ g$, $m_2 = 20\ g$, $m_3 = 30\ g$, أحسب موضع مركز كتلتها اذا وضعوا كما بالشكل .

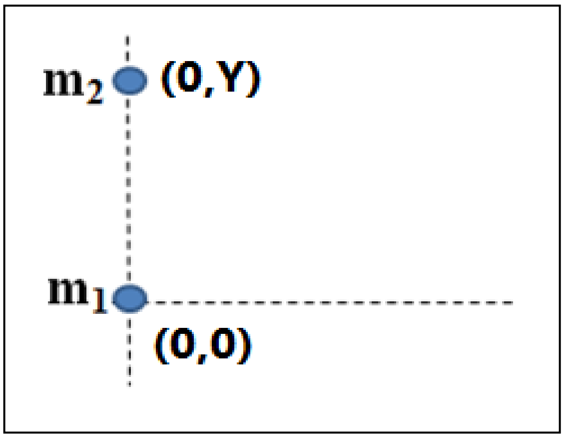


$$X_{cm} = \frac{(m_1\, x_1) + (m_2 x_2) + (m_3 x_3)}{(m_1 + m_2 + m_3)}$$

$$X_{cm} = \frac{(10\ x\ zero) + (20\ x\ 50) + (30\ x\ 100)}{(10+20+30)} = 66.66\ cm$$

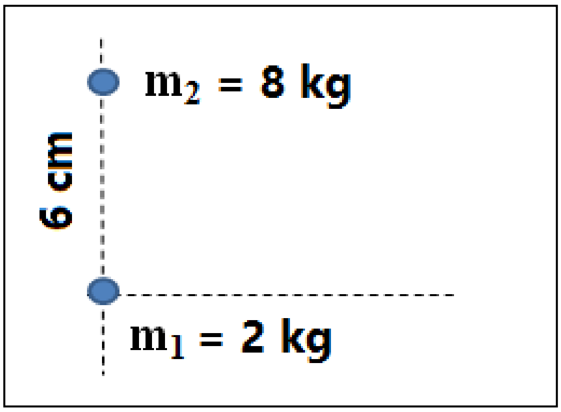
$$CG = (66.66,0)$$

2- على المحور الرأسى (y)



$$Y_{cm} = \frac{(m_1 y_1) + (m_2 y_2)}{(m_1 + m_2)}$$

مثال: كتلتان نقطيتان $m_1 = 2\ kg$, $m_2 = 8\ kg$ تقعان علي محور الصادات تبعدان عن بعضهما $6\ cm$, أحسب أين يقع مركز كتلة الجسمين .



$$Y_{cm} = \frac{(m_1 y_1) + (m_2 y_2)}{(m_1 + m_2)}$$

$$Y_{cm} = \frac{(2\ x\ zero) + (8\ x\ 6)}{(2+8)} = 4.8\ cm$$

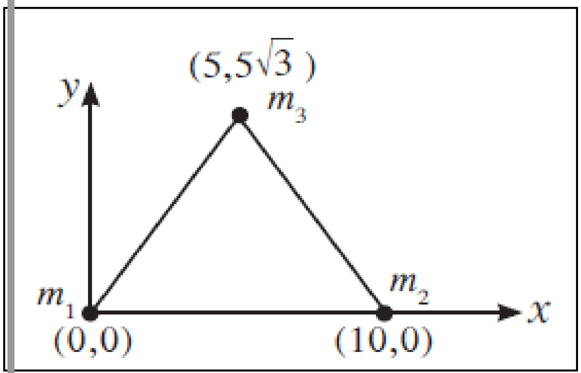
$$CG = (0\ ,\ 4.8)$$

ج- جسم نقطي على محوري X,Y .

$$X_{cm} = \frac{(m_1 x_1) + (m_2 x_2)}{(m_1 + m_2)}$$

$$Y_{cm} = \frac{(m_1 y_1) + (m_2 y_2)}{(m_1 + m_2)}$$

مثال $\frac{2}{82}$: أوجد موضع مركز كتلة ثلاث كتل $m_1 = 1$ kg , $m_2 = 2$ kg , $m_3 = 3$ kg , موضوعة علي رأس مثلث متساو الاضلاع طول ضلعه 10 cm .



$$X_{cm} = \frac{(m_1 x_1) + (m_2 x_2) + (m_3 x_3)}{(m_1 + m_2 + m_3)}$$

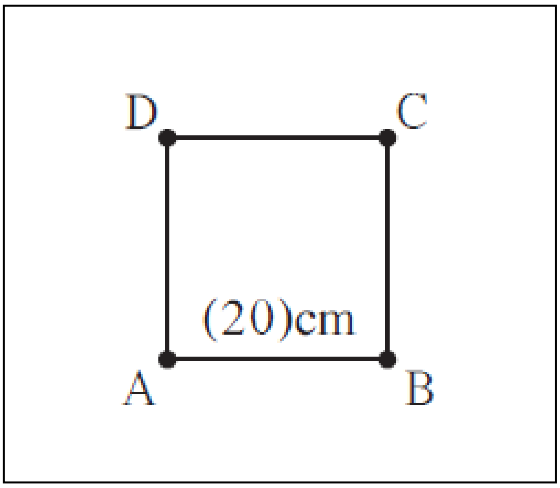
$$X_{cm} = \frac{(1 \, x \, zero) + (2 \, x \, 10) + (3 \, x \, 5)}{(1+2+3)} = 5.8 \text{ cm}$$

$$Y_{cm} = \frac{(m_1 y_1) + (m_2 y_2) + (m_3 y_3)}{(m_1 + m_2 + m_3)}$$

$$Y_{cm} = \frac{(1 \, x \, zero) + (2 \, x \, zero) + (3 \, x \, 5\sqrt{3})}{(1+2+3)} = 4.3 \text{ cm}$$

CG = (5.8 , 4.3)

مثال $\frac{5}{84}$: أحسب موضع مركز الكتلة لنظام مؤلف من أربع كتل $m_A = 1\ kg$, $m_B = 2\ kg$, $m_C = 3\ kg$, $m_D = 4\ kg$ موزعة علي أطراف مربع طول ضلعه $20\ cm$ و مهمل الكتلة كما بالشكل .



$m_A = 1\ kg$
$m_B = 2\ kg$
$m_C = 3\ kg$
$m_D = 4\ kg$

$$X_{cm} = \frac{(m_1 x_1) + (m_2 x_2) + (m_3 x_3) + (m_4 x_4)}{(m_1 + m_2 + m_3 + m_4)}$$

$$X_{cm} = \frac{(1\ x\ zero) + (2\ x\ 20) + (3\ x\ 20) + (4\ x\ zero)}{(1+2+3+4)} = 10\ cm$$

$$Y_{cm} = \frac{(m_1 y_1) + (m_2 y_2) + (m_3 y_3) + (m_4 y_4)}{(m_1 + m_{2+} m_3 + m_4)}$$

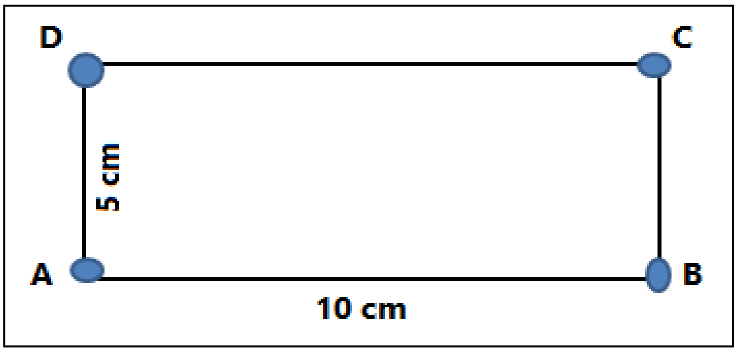
$$Y_{cm} = \frac{(1x\ zero) + (2\ x\ zero) + (3\ x\ 20) + (4\ x\ 20)}{(1+2+3+4)} = 14\ cm$$

$$CG = (10 , 14)$$

مثال : مستطيل طوله 10 cm وعرضه 5 cm موضوع علي رؤسه كتل مقدارها

$m_A = 1$ kg ,, $m_B = 2$ kg ,, $m_C = 3$ kg ,,, $m_D = 4$ kg

أحسب موضع مركز الثقل للكتل النقطية .



$$X_{cm} = \frac{(m_1 x_1)+(m_2 x_2)+(m_3 x_3)+(m_4 x_4)}{(m_1+m_2+m_3+m_4)}$$

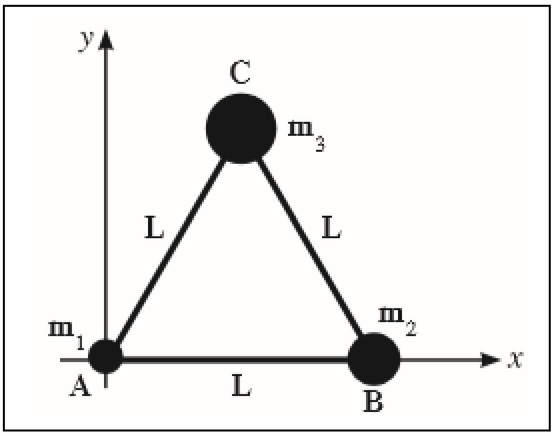
$$X_{cm} = \frac{(1\ x\ zero)+(2\ x\ 10)+(3\ x 10)+(4\ x\ zero)}{(1+2+3+4)} = 5\ \text{cm}$$

$$Y_{cm} = \frac{(m_1 y_1)+(m_2 y_2)+(m_3 y_3)+(m_4 y_4)}{(m_1+m_{2+}m_3+m_4)}$$

$$Y_{cm} = \frac{(1 x\ zero)+(2\ x\ zero)+(3\ x\ 5)+(4\ x\ 5)}{(1+2+3+4)} = 3.5\ \text{cm}$$

CG = (5 , 3.5)

مثال $\frac{2}{102}$:ب- ثلاث كتل نقطية $m_1 = 10\ g$, $m_2 = 20\ g$, $m_3 = 30\ g$,
أحسب موضع مركز كتلتها اذا وضعوا كما بالشكل , علما أن النقطة A هي نقطة الارتكاز



$$X_{cm} = \frac{(m_1 x_1) + (m_2 x_2) + (m_3 x_3)}{(m_1 + m_2 + m_3)}$$

$$X_{cm} = \frac{(10\ x\ zero) + (20\ x\ L) + \left(30\ x\ \frac{L}{2}\right)}{(10 + 20 + 30)} = 0.58\ L\ \ cm$$

$$Y_{cm} = \frac{(m_1 y_1) + (m_2 y_2) + (m_3 y_3)}{(m_1 + m_{2+} m_3)}$$

$$Y_{cm} = \frac{(10\ x\ zero) + (20\ x\ zero) + (30\ x\ 0.866\ L)}{(10 + 20 + 30)} = 0.43\ L\ \ cm$$

$$CG = (0.58L\ , 0.43L)$$

د- جسم ذو كتل نقطية على محاور (X,Y,Z) :
(عدة كتل نقطية موجودة في الفراغ)

$$X_{cm} = \frac{(m_1\, x_1) + (m_2 x_2)}{(m_1 + m_2)}$$

$$Y_{cm} = \frac{(m_1\, y_1) + (m_2 y_2)}{(m_1 + m_2)}$$

$$Z_{cm} = \frac{(m_1\, Z_1) + (m_2 Z_2)}{(m_1 + m_2)}$$

مثال $\frac{1}{83}$ الهامش : أوجد مركز كتلة الكتل الموزعة علي الشكل التالي

$m_1 = 1$ kg
(1,1,0)
$m_2 = 0.5$ kg
(0,0,1)
$m_3 = 2$ kg
(-1,2,2)

$$X_{cm} = \frac{(1\, x\, 1) + (1\, x\, zero) + (2\, x -1)}{(1+0.5+2)} = -\,0.28 \text{ cm}$$

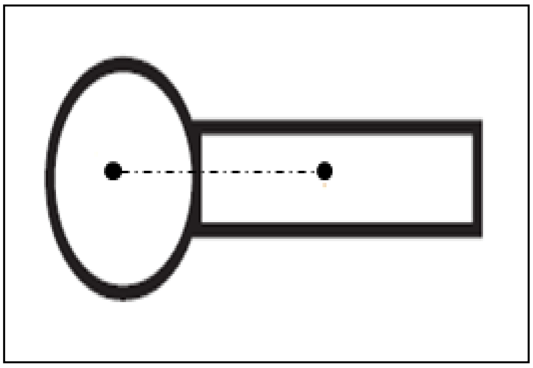
$$Y_{cm} = \frac{(1 x\, 1) + (0.5\, x\, zero) + (2\, x\, 2)}{(1+0.5+2)} = 1.42 \text{ cm}$$

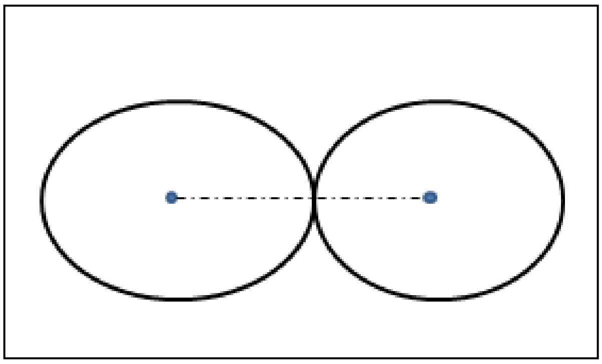
$$Z_{cm} = \frac{(1 x\, zero) + (0.5\, x\, 1) + (2\, x\, 2)}{(1+0.5+2)} = 1.28 \text{ cm}$$

CG = (-0.28 , 1.42 , 1.28)

حساب مركز كتلة عدة أجسام متصلة ببعض :

يتم حساب الأبعاد استناد علي مركز كتل الأجسام .

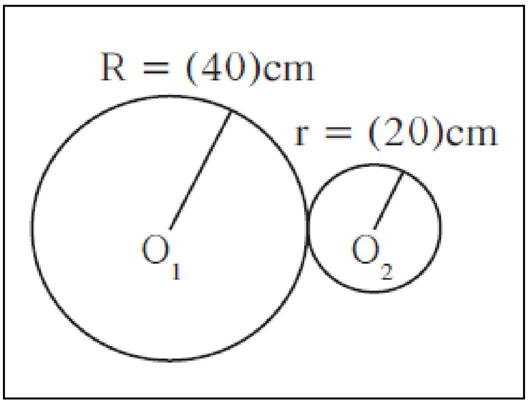


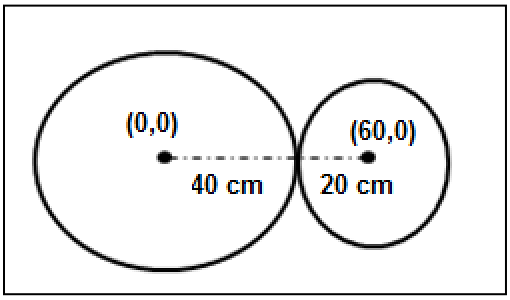


مثال $\frac{6}{84}$: قرص من الحديد كتلته 500 gm و نصف قطره 40 cm تم وصله بقرص من النحاس كتلته 200 g و نصف قطره 20 cm كما بالشكل , أحسب موضع مركز كتلة القرصين .

$$m_1 = \frac{500}{1000} = 0.5 \text{ kg}$$

$$m_2 = \frac{200}{1000} = 0.2 \text{ kg}$$



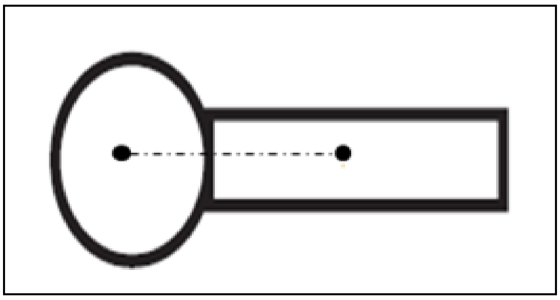


$$X_{cm} = \frac{(m_1 x_1)+(m_2 x_2)}{(m_1 + m_2)}$$

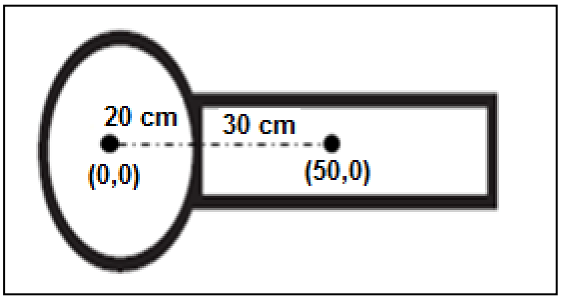
$$X_{cm} = \frac{(0.5 \, x \, zero)+(0.2 \, x \, 60)}{(0.5+0.2)} = 17.14 \text{ cm}$$

$$CG = (17.14 , 0)$$

مثال $\frac{3}{83}$: أوجد مركز الكتلة للنظام المؤلف من الكرة و العصا علما بأن كتلة الكرة $m_1 = 2$ kg , و نصف قطرها 20 cm , وكتلة العصا $m_2 = 1$kg و طولها 60 cm



$m_1 = 2$ kg
$m_2 = 1$ kg
$R = 20$ cm
$L = 60$ cm

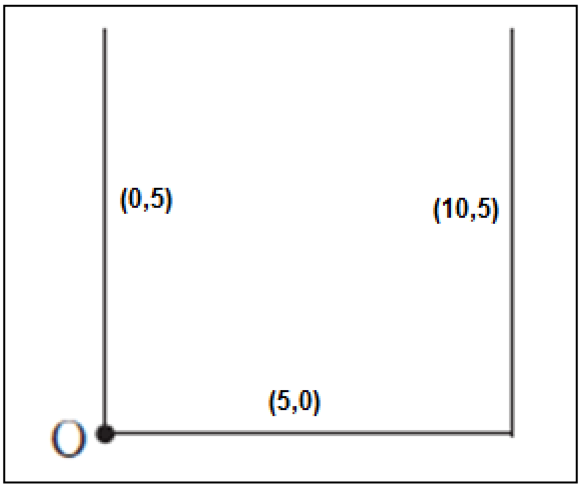


$$X_{cm} = \frac{(m_1\, x_1) + (m_2 x_2)}{(m_1 + m_2)}$$

$$X_{cm} = \frac{(2\ x\ zero) + (1\ x\ 50)}{(2+1)} = 16.66 \text{ cm}$$

$$CG = (16.66 , 0)$$

مثال $\frac{4}{84}$: جسم صلب مكون من ثلاث قضبان متساوية و مستقيمة و متجانسة ملتصقة بعضها ببعض كما بالشكل , حدد بالنسبة لموضع مركز الاحداثيات O موضع مركز الكتلة , علما أن طول كل قضيب 10 cm .



$$X_{cm} = \frac{(m\,x\,5)+(m\,x\,10)+(m\,x zero)}{(m+m+m)} = \frac{15\,m}{3\,m} = 5 \text{ cm}$$

$$Y_{cm} = \frac{(m\,x\,zero)+(m\,x\,5)+(m\,x\,5)}{(m+m+m)} = \frac{10\,m}{3\,m} = 3.33 \text{ cm}$$

$$CG = (5\,,\,3.33)$$

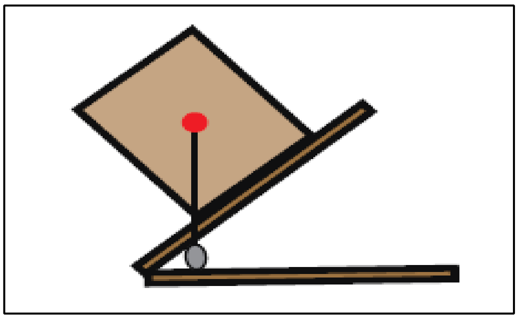
الوحدة الأولي : الحركة

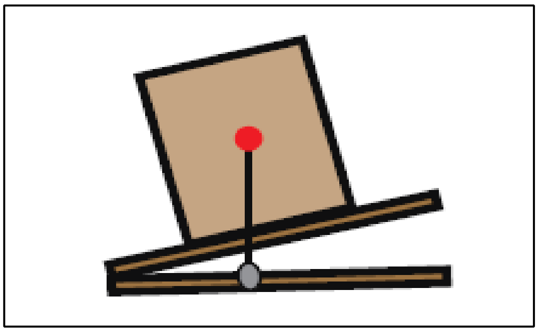
الفصل الثالث : مركز الثقل

الدرس 3 - 4 : انقلاب الأجسام

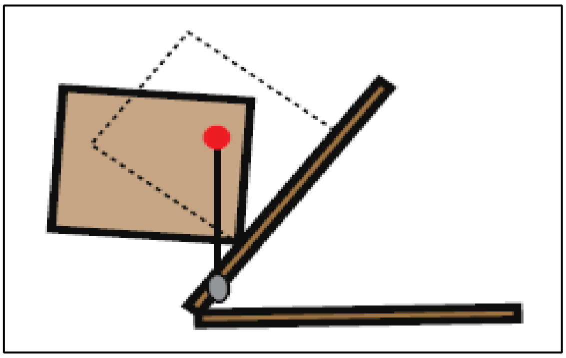
متي يكون الجسم متزن و متي يحدث للجسم انقلاب ؟

- عندما يكون مركز ثقل الجسم فوق مساحة القاعدة الحاملة للجسم يبقي الجسم ثابت ولا ينقلب .





عندما يكون مركز ثقل الجسم خارج مساحة القاعدة الحاملة للجسم ينقلب الجسم ولا يتزن .

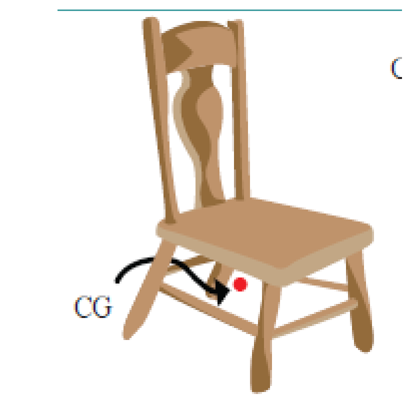


تطبيقات :

1- باص لندن الشهير يكون مائل بزاوية 28^0 ولا ينقلب .

لان ميل الباص لا يرفع مركز الثقل لان مركز ثقل الباص في الطابق السفلي وبالتالي يظل CG داخل مساحة القاعدة الحاملة للباص و يظل متزن .

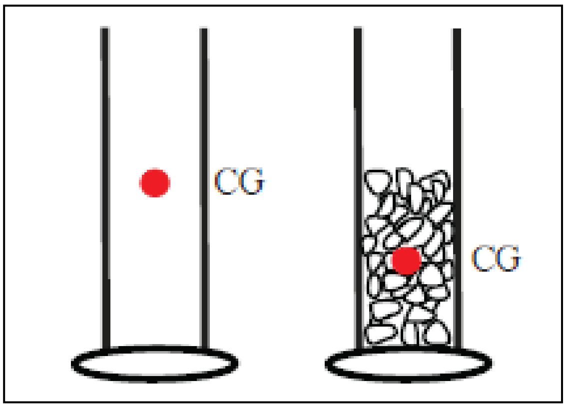
2- برج بيزا المائل لا يسقط .
لان مركز ثقله يقع داخل المساحة الحاملة للبرج ولكن اذا مال البرج أكثر فانه سينهار لانه يصبح CG خارج المساحة الحاملة للبرج .
- يمكن وضع دعامات للبرج من جانبه لزيادة مساحة القاعدة الحاملة له و بالتالي يبقي CG داخل المساحة الحاملة و نحافظ علي البرج من الانهيار .



3- يصنع الكرسي علي صورة مستطيلة من اسفل .
لزيادة مساحة القاعدة الحاملة له و بالتالي زيادة اتزانه لكن عند ازالة أحد رجلي الكرسي تقل المساحة الحاملة له (من مربع الي مثلث) و يصبح أكثر عرضه للأنقلاب .

قرب مركز الثقل من مساحة القاعدة الحاملة للجسم :

- كلما كان CG للجسم أقرب للمساحة الحاملة للجسم كان الجسم أكثر ثباتا و أقل عرضة للأنقلاب .
- كلما كان CG للجسم أعلي للمساحة الحاملة للجسم كان الجسم أقل ثباتا و أكثر عرضة للأنقلاب .



تجربة : نحضر مخبارين (أ , ب)
المخبار أ فارغ فيكون CG في منتصف المخبار وبعيدة عن المساحة الحاملة للمخبار .
المخبار ب مملوء بالحصي فيكون CG اقرب للمساحة الحاملة .

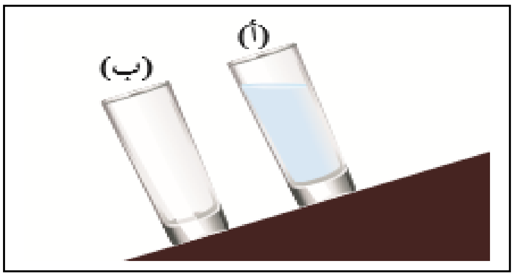
عند التأثير علي المخبارين بقوة متساوية من الجنب فأن المخبار أ ينقلب بسهولة و المخبار ب يعود الي وضع اتزانه بسهولة .

تطبيقات علي قرب مركز الثقل من المساحة الحاملة للجسم .

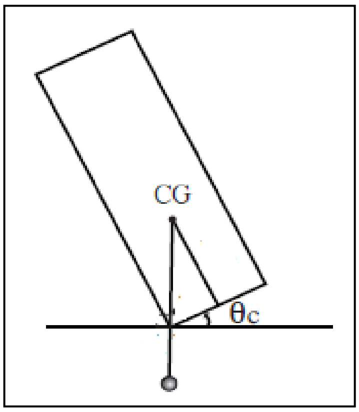
1- يقوم المصارع بفتح قدمية وخفض ظهره ليقاوم الانقلاب عن طريق زيادة المساحة الحاملة للجسم و تقريب مركز ثقله CG من المساحة الحاملة له فيكون أكثر قدرة علي الثبات و مقاومة الانقلاب .

2- تصنع سيارات السباق بحيث يكون ارتفاعها صغير لتقريب CG من المساحة الحاملة للسيارة وبالتالي تصبح السيارة أكثر اتزان و اقل عرضة للانقلاب .

3 – في الشكل المقابل يكون الكوب أ غير مستقر و يمكن أن ينقلب لان مركز ثقله يقع خارج الارتكاز



زاوية الانقلاب الحدية : θc



هي الزاوية التي يكون فيها مركز ثقل الجسم في أعلي نقطة .

- اذا مال الجسم بزاوية أكبر من الزاوية الحدية فأن الجسم ينقلب.
- اذا مال الجسم بزاوية اقل من الزاوية الحدية فأن الجسم يعود الي وضع الاتزان .

الوحدة الأولي : الحركة

الفصل الثالث : مركز الثقل

الدرس 3 - 5 : الأتزان - الثبات

الجسم المتزن :

هو الجسم الذي يكون محصلة القوة المؤثرة عليه تساوي صفر .

الجسم المتزن

$$F = m\,a$$

الجسم يتحرك في خط مستقيم و بسرعة منتظمة	الجسم ساكن
$a = zero$	$a = zero$

- ينقسم الاتزان الي نوعان اساسيان :

الاتزان

اتزان سكوني (استاتيكي)	اتزان ديناميكي
يكون الجسم ساكن	- الجسم متحرك في خط مستقيم و بسرعة منتظمة - الجسم يدور بسرعة دورانية منتظمة

ينقسم الاتزان السكوني (الاستاتيكي) الي ثلاث انواع

الاتــزان الــســكــونـــي

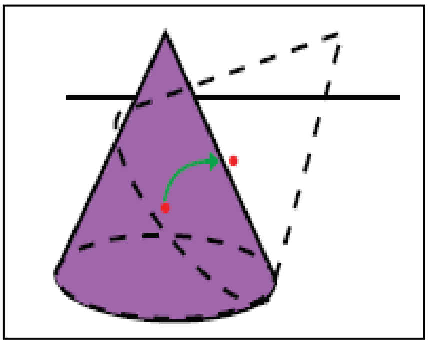
اتزان مستقر

هو الاتزان الذي يتسبب اي ازاحة فيه في رفع مركز الثقل

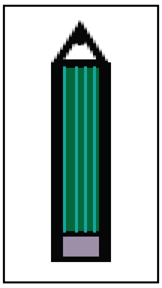
- عند ازاحة الجسم ازاحة بسيطة فأنه يعود الي وضع الاتزان

مثال :

1- مخروط موضوع علي قاعدته



2- قلم رصاص موضوع علي قاعدته.



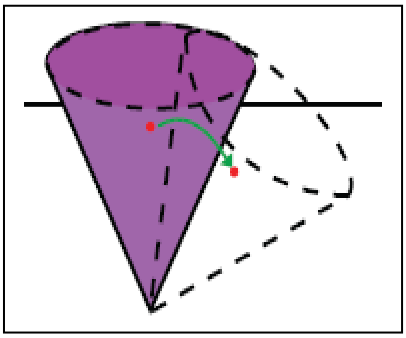
اتزان غير مستقر (قلق)

هو الاتزان الذي يتسبب اي ازاحة فيه في خفض مركز الثقل

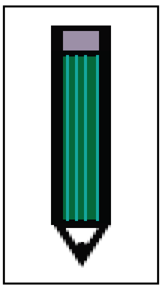
- عند ازاحة الجسم ازاحة بسيطه فأن الجسم ينقلب

مثال

1- مخروط موضوع علي رأسه



2- قلم رصاص موضوع علي رأسه.



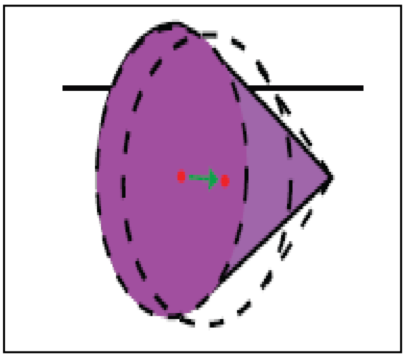
اتزان محايد (متعادل)

هو الاتزان الذي لا تسبب اي ازاحة فيه في خفض او رفع مركز الثقل

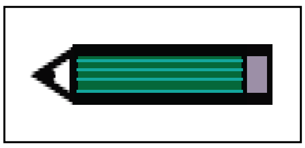
- عند ازاحة الجسم فأنه يتحرك من حالة اتزان الي حالة اتزان أخري

مثال:

1- مخروط موضوع علي جانبه



2- قلم رصاص علي جانبه



العلاقة بين استقرار الأجسام ومركز الثقل :

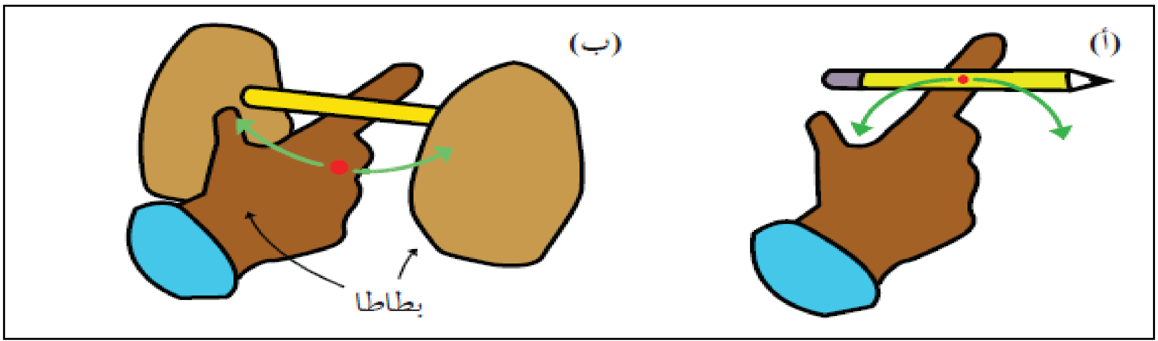
كلما كان مركز الثقل للجسم منخفض كلما كان الجسم أكثر استقرار.

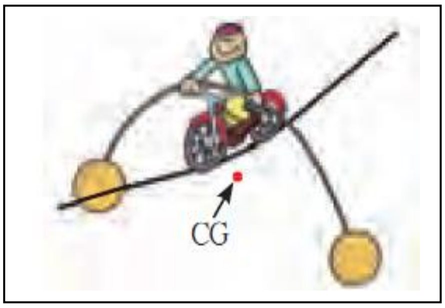
- وبالتالي لجعل الجسم أكثر استقرار يصمم الجسم بحيث يكون مركز ثقلة أسفل نقطة الارتكاز .

امـثـلة :

1- اتزان القلم في الحالة أ اتزان غير مستقر لان مركز الثقل ينخفض عن امالته

- لكن في الشكل (ب) عند وضع ثمرتي بطاطا علي طرفي القلم يصبح توازن الجسم مستقر لان مركز ثقله ينخفض ويصبح أسفل نقطة ارتكازه

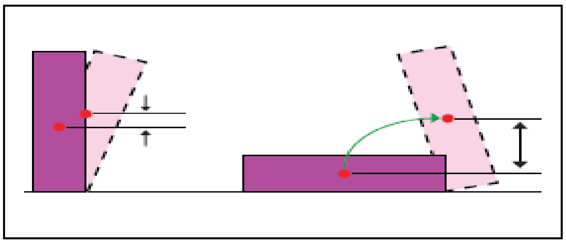




2- تصمم العاب الاطفال بحيث يصبح مركز ثقلها أسفل نقطة ارتكازها ليصبح اتزانها مستقر .

3- مبني سياتل سبيس في الولايات المتحدة الامريكية مصمم بحيث يقع مركز ثقله أسفل سطح الأرض , لذلك فهو مستقر و متزن ولا يمكن ان يسقط كاملا .

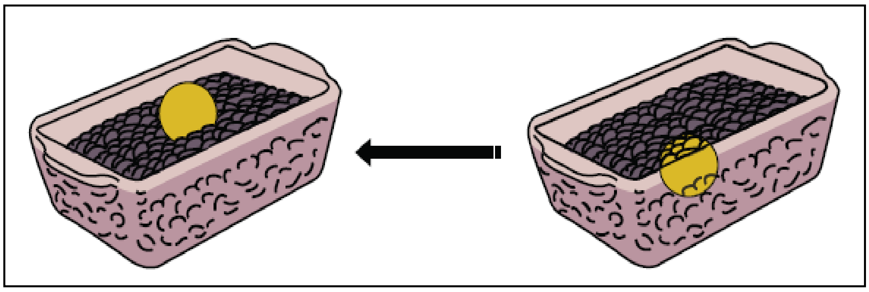
4- قلب الكتاب وهو علي حافته يحتاج الي رفع مركز الثقل قليلا بينما قلب الكتاب وهو علي جانبه يحتاج الي رفع مركز الثقل أكثر



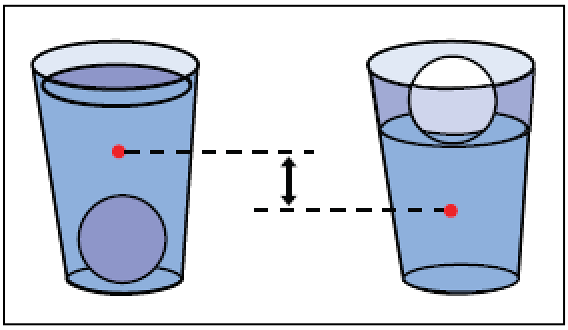
- يميل مركز الثقل الي اتخاذ مواضع في الأسفل دائما لكي يصبح الجسم أكثر استقرارا .

تطبيقات :

1- عند وضع كرة تنس طاولة في قاع صندوق يحتوي علي حصي , فانه عند رج الصندوق نجد ان الحصي ينخفض الي الاسفل و ترتفع الكرة للأعلي و بذلك يصبح مركز الثقل للصندوق في أسفل مستوي ممكن .



- يستخدم تجار الزيتون و التوت المبدأ نفسه لفصل الثمار الكبيرة عن الصغيرة لان الثمار الأكبر ترتفع الي أعلي فيمكن فصلها ببساطة .

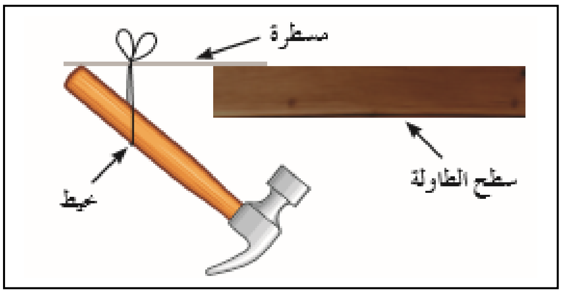


2- عند وضع مكعب من الثلج في كوب ماء (كثافه الثلج منخفضه عن الماء)
فأن مكعب الثلج يطفو لأعلي وبالتالي مركز ثقل المجموعة ينخفض الي أسفل .
لان ارتفاع الثلج يحتم انخفاض حجم مساوي من الماء الي أسفل .
- كذلك عند وضع كرة تنس طاولة فأن الماء يدفعها لأعلي ليصبح مركز الثقل منخفض .

3- عند وضع حجر ثقيل في الماء (كثاقة الحجر اكبر من الماء)
فأن الحجر يغوص لأسفل وبالتالي ينخفض مركز ثقل المجموعة الي أسفل . لان الجزء الاسفل أصبح ثقيل بسبب الحجز .

4- اذا كان مركز كثافة الجسم في الماء مساوية لكثافة الماء فأن مركز الثقل لا يرتفع ولا ينخفض .
مثال الاسماك في الماء تستطيع التحرك بحرية لان كثافتها مساوية لكثافة الماء . والا دفعتها المياه لاعلي مثل الثلج أو لاسفل مثل الحجر .

5- اذا علقنا مطرقة في مسطرة غير مثبته بالشكل الموضح , لن تسقط المطرقة و المسطرة لان مركز الثقل يقع تماما أسفل نقطة التعليق .



6- في الشكل الموضح يكون اللاعب (أ) في حالة اتزان مستقر لأن أمالته ترفع مركز الثقل , و الشكل (ج) يمثل اتزان غير مستقر لان مركز الثقل ينخفض عند امالته , بينما الشكل (ب) يمثل اتزان متعادل لعدم تغير موضع مركز الثقل عند امالته .