مراجعه الفصل الدراسي الأول

٢٠٢٤-٢٠٢٥

رياضيات

الصف الحادي عشر علمي

اعداد
الاستاذ: حسام بيومي

صفوة معلمي الكويت

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

إعداد: أ. حسام بيومي

أوجد الناتج في أبسط صورة:

(a) $\sqrt{75} - 4\sqrt{18} + 2\sqrt{32}$

$= \sqrt{25 \times 3} - 4\sqrt{9 \times 2} + 2\sqrt{16 \times 2}$

$= \sqrt{5^2 \times 3} - 4\sqrt{3^2 \times 2} + 2\sqrt{4^2 \times 2}$

$= 5\sqrt{3} - 4 \times 3\sqrt{2} + 2 \times 4\sqrt{2}$

$= 5\sqrt{3} - 12\sqrt{2} + 8\sqrt{2}$

$= 5\sqrt{3} - 4\sqrt{2}$

(b) $\sqrt[3]{128} + \sqrt[3]{54} - 2\sqrt[3]{250}$

$= \sqrt[3]{64 \times 2} + \sqrt[3]{27 \times 2} - 2\sqrt[3]{125 \times 2}$

$= \sqrt[3]{4^3 \times 2} + \sqrt[3]{3^3 \times 2} - 2\sqrt[3]{5^3 \times 2}$

$= 4\sqrt[3]{2} + 3\sqrt[3]{2} - 2 \times 5\sqrt[3]{2}$

$= 4\sqrt[3]{2} + 3\sqrt[3]{2} - 10\sqrt[3]{2}$

$= -3\sqrt[3]{2}$

إضافي

أوجد الناتج في أبسط صورة: $\sqrt{18} + \sqrt{50} - \sqrt{72}$ ، $\sqrt[3]{320} + \sqrt[3]{40} - \sqrt[3]{135}$

صفوة معلمي الكويت

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

إعداد: أ. حسام بيومي

بسط كلاً من التعبيرات الجذرية التالية:

(a) $3\sqrt{7x^3} \times 2\sqrt{x^3y^2}$, $x \geq 0$

$= 3 \times 2 \sqrt{(7x^3) \times (x^3y^2)}$

$= 6 \sqrt{7 (x^3y)^2}$

$= 6 \sqrt{7} \left| x^3 y \right|$ حيث $x \geq 0$

$= 6 \sqrt{7}\, x^3 |y| = \begin{cases} 6\sqrt{7}\, x^3 y & : y \geq 0 \\ -6\sqrt{7}\, x^3 y & : y < 0 \end{cases}$

(b) $\frac{\sqrt[3]{162x^5}}{\sqrt[3]{3x^2}}$, $x \neq 0$

$= \sqrt[3]{\frac{162x^5}{3x^2}}$

$= \sqrt[3]{54x^3}$

$= \sqrt[3]{(27)(2)x^3} = \sqrt[3]{3^3 \times 2\, x^3}$

$= 3x \sqrt[3]{2}$

إضافي

بسط كلاً من التعبيرات الجذرية التالية: $x > 0$ ، $\frac{\sqrt{12x^4}}{\sqrt{3x}}$ ، $\frac{(32)^{\frac{1}{3}}}{\sqrt[6]{64}}$ ، $\sqrt[3]{x^2y^4} \times \sqrt[3]{64x^2y^3}$

صفوة معلمي الكويت

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

إعداد: أ. حسام بيومي

اكتب كل كسر بحيث يكون المقام عدد نسبيا:

(a) $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

بالضرب في مرافق المقام

$= \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

$= \frac{(\sqrt{3}+\sqrt{2})\sqrt{3}}{3}$

$= \frac{3+\sqrt{6}}{3}$

(b) $\frac{3-\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}$

بالضرب في مرافق المقام

$= \frac{3-\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}} \times \frac{2+\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}$

$= \frac{3\times(2+\sqrt{2}) - \sqrt{2}\times(2+\sqrt{2})}{4-2}$

$= \frac{6+3\sqrt{2}-2\sqrt{2}-2}{2}$

$= \frac{4+\sqrt{2}}{2}$

إضافي

اكتب كل كسر بحيث يكون المقام عدد نسبيا: $\frac{1+\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$ $\frac{3}{1\sqrt{5}}$

صفوة معلمي الكويت

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

إعداد: أ. حسام بيومي

أوجد مجموعة حل المعادلة:

(a) $2+\sqrt{3x-2}=6$

$\sqrt{3x-2}=6-2$

$\sqrt{3x-2}=4$

بتربيع الطرفين

$3x-2=16$

$3x=16+2$

$3x=18$

$x=6 \in [\frac{2}{3},\infty)$

شرط الحل

$3x-2\geq 0$

$3x\geq 2$

$x\geq \frac{2}{3}$

$x\in [\frac{2}{3},\infty)$

م.ح $=\{6\}$

(b) $2\sqrt{x-3}-3=9$

$2\sqrt{x-3}=9+3$

$\frac{2}{2}\sqrt{x-3}=\frac{12}{2}$

$\sqrt{x-3}=6$ بتربيع الطرفين

$x-3=36$

$x=36+3$

$x=39 \in [3,\infty)$

شرط الحل

$x-3\geq 0$

$x\geq 3$

$x\in [3,\infty)$

م.ح $=\{39\}$ إضافي

أوجد مجموعة حل المعادلة:

$\sqrt{x-2}+9=0$. $\sqrt{5x+4}-7=0$

معلم الكويت

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

الصف الحادي عشر علمي
العام الدراسي 2024/2025

أوجد مجموعة حل المعادلة:

(a) $2(x-2)^{\frac{2}{3}} = 50$

$\frac{2}{2}(x-2)^{\frac{2}{3}} = \frac{50}{2}$

$(x-2)^{\frac{2}{3}} = 25$ نرفع طرفي المعادلة لـ $\frac{3}{2}$ أي لأس

$\left((x-2)^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{3}{2}} = (25)^{\frac{3}{2}}$

$|x-2| = 125$

$x-2 = 125$ أو $x-2 = -125$

$x = 125+2$ | $x = -125+2$

$x = 127$ | $x = -123$

$\{-123, 127\} = $ م.ح

(b) $2(x+3)^{\frac{3}{2}} = 54$

$\frac{2}{2}(x+3)^{\frac{3}{2}} = \frac{54}{2}$

$\left((x+3)^{\frac{3}{2}}\right)^{\frac{2}{3}} = (27)^{\frac{2}{3}}$ نرفع طرفي المعادلة لـ $\frac{2}{3}$ أي لأس

$x+3 \geq 0$

$x \geq -3$

$x \in [-3, \infty)$

$x+3 = 9$

$x = 9-3$

$x = 6 \in [-3, \infty)$

$\therefore$ م.ح $= \{6\}$

إضافي

أوجد مجموعة حل المعادلة: $3(x-5)^{\frac{4}{3}} = 48$ $2(x-4)^{\frac{2}{5}} - 8 = 0$

صفوة الكويت
CamScanner الممسوحة ضوئيا بـ

الصف الحادي عشر علمي
العام الدراسي 2024/2025

أوجد مجموعة حل المعادلة:

(a) $\sqrt{5x} - \sqrt{2x+9} = 0$

$\sqrt{5x} = \sqrt{2x+9}$

بتربيع الطرفين

$5x = 2x + 9$

$5x - 2x = 9$

$3x = 9$

$x = 3 \in [0, \infty)$

شرط الحل

$5x \geq 0$ | $2x + 9 \geq 0$

$x \geq 0$ | $2x \geq -9$

$x \geq \frac{-9}{2}$

$-\frac{9}{2}$ 0

$x \in [0, \infty)$

م.ح = $\{3\}$

(b) $\sqrt{5x-1} + 3 = x$

$\sqrt{5x-1} = x - 3$

بتربيع الطرفين

$(\sqrt{5x-1})^2 = (x-3)^2$

$5x - 1 = x^2 - 6x + 9$

$x^2 - 6x + 9 - 5x + 1 = 0$

$x^2 - 11x + 10 = 0$

$(x - 10)(x - 1) = 0$

$x = 10 \in [3, \infty)$

$x = 1 \notin [3, \infty)$

شرط الحل

$5x - 1 \geq 0$ | $x - 3 \geq 0$

$5x \geq 1$ | $x \geq 3$

$x \geq \frac{1}{5}$

$\frac{1}{5}$ 3

$x \in [3, \infty)$

م.ح = $\{10\}$

إضافي

أوجد مجموعة حل المعادلة: $\sqrt{8x} - 2\sqrt{4x-16} = 0$ ، $\sqrt{x+2} = x$

صفوة الكويت
CamScanner الممسوحة ضوئيا بـ

إعداد: أ. حسام بيومي

أوجد مجموعة حل المعادلة:

(a) $2^{(x^2-4)} = 32$

$2^{(x^2-4)} = 2^5$

$x^2 - 4 = 5$

$x^2 = 5 + 4$

$x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm\sqrt{9}$

$x = \pm 3$

مج $= \{-3, 3\}$

(b) $6^{2x-8} = 1$

$6^{2x-8} = 6^0$

ملحوظة هامة
(أى عدد مرفوع للأس صفر يساوى ١)

$2x - 8 = 0$

$2x = 8$

$x = 4$

مج $= \{4\}$

صفوة معلمي الكويت

إضافي

أوجد مجموعة حل المعادلة: $3^{x^2+5x} = \frac{1}{81}$

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

إعداد: أ. حسام بيومي

أوجد مجال الدالة:

$f(x)=\frac{\sqrt{x-2}}{x-3}$ نفرض أن $f(x)=\frac{f_1(x)}{f_2(x)}$

مجال البسط
مجال الدالة f_1 هي دالة الجذر التربيعي مجالها
≥ 0 داخل الجذر
$x-2\geq 0$
$x\geq 2$
المجال $[2,\infty)$

مجال المقام
مجال الدالة f_2 هو $\mathbb{R}$ لأنها دالة كثيرة حدود

أصفار المقام
$x-3=0$
$x=3$
$\{3\}$ مجموعة أصفار المقام

مجال الدالة f هو
مجال $f_1 \cap$ مجال f_2 - [أصفار المقام]
$[2,\infty)\cap\mathbb{R}-\{3\}=[2,\infty)-\{3\}$

$g(x)=\frac{\sqrt[3]{1+x}}{x^2-1}$

نفرض أن $g(x)=\frac{g_1(x)}{g_2(x)}$

مجال البسط
الدالة g_1 دالة الجذر التكعيبي (فردي) مجالها هو $\mathbb{R}$

مجال المقام
الدالة g_2 كثيرة حدود
مجالها هو $\mathbb{R}$

أصفار المقام
$x^2-1=0$
$x^2=1$
$x=\pm 1$
$\{1,-1\}$ = مجموعة أصفار المقام.

مجال الدالة g هو مجال $g_1 \cap$ مجال g_2 - {أصفار المقام}
$=\mathbb{R}\cap\mathbb{R}-\{1,-1\}=\mathbb{R}-\{1,-1\}$

إضافي

أوجد مجال كل من: $f(x)=\frac{\sqrt{x-2}}{x-4}$ ، $h(x)=(2x^2+x)\sqrt{8-2x}$

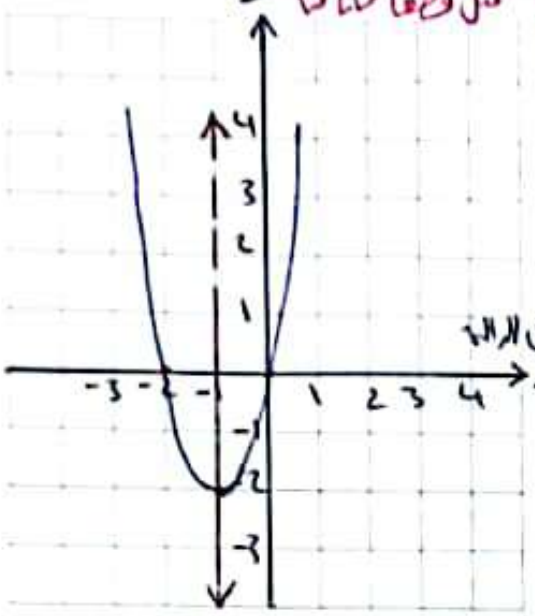
صفوة معلمي الكويت

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

إعداد: أ. حسام بيومي

ارسم منحنى الدالة: $y = 2(x+1)^2 - 2$ مستعملاً خواص القطوع المكافئ.

المعادلة تربيعية على الصورة $y = a(x-h)^2 + k$ تمثل قطعاً مكافئاً



$h = -1$ ، $k = -2$ ، $a = 2$

① نقطة رأس المنحنى هي $(-1, -2)$

② $\because a = 2 > 0$

∴ فتحة المنحنى للأعلى والرأس عنده قيمة صغرى للدالة

③ معادلة محور التماثل هي $x = h$

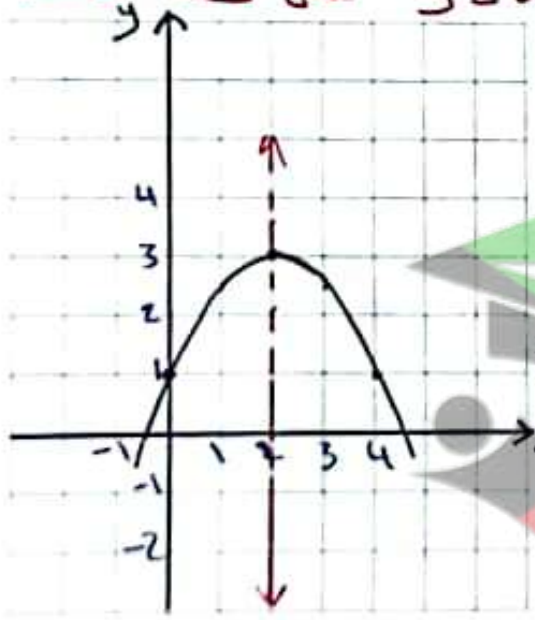
$x = -1$

④ نقطة الصادية

عندما $x = 0$ فإن $y = 0$

ارسم منحنى الدالة: $y = -0.5(x-2)^2 + 3$ مستعملاً خواص القطوع المكافئ.

المعادلة تربيعية على الصورة $y = a(x-h)^2 + k$ تمثل قطعاً مكافئاً



$h = 2$ ، $k = 3$ ، $a = -0.5$

① نقطة رأس المنحنى $(2, 3)$

② $a = -0.5 < 0$

∴ فتحة المنحنى للأسفل والرأس عنده قيمة عظمى للدالة

③ معادلة محور التماثل $x = h$

$x = 2$

④ نقطة الصادية

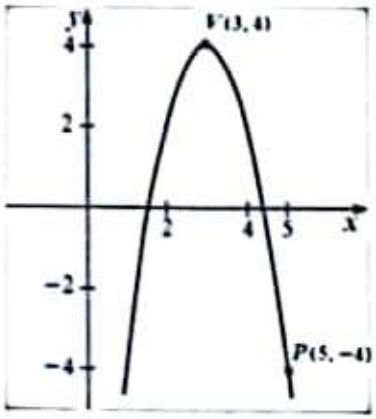
عندما $x = 0$ فإن $y = -1$

صفوة معلمي الكويت

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

إعداد: أ. حسام بيومي

أكتب معادلة القطع المكافئ الذي رأسه $V(3,4)$ ويمر بالنقطة $P(5,-4)$



نقطة الرأس $(h,k)=(3,4)$

معادلة القطع المكافئ

$y=a(x-h)^2+k$

$y=a(x-3)^2+4$

∵ تمر بالنقطة $(5,-4)$ ← تحقق معادلته

$-4=a(5-3)^2+4$

$-8=4a$

$a=-2$

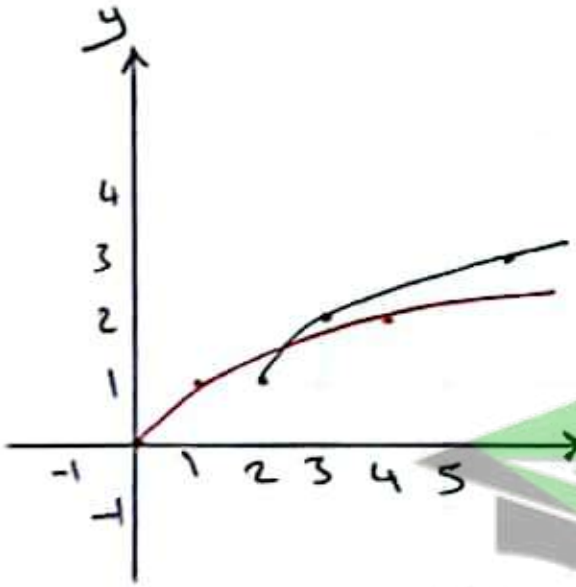
∴ معادلة القطع المكافئ هي

$y=-2(x-3)^2+4$

ارسم بيانيا: $y=\sqrt{x-2}+1$ ثم المجال والمدى للدالة.

أولاً نرسم بيان دالة الجذر $y=\sqrt{x}$

x	0	1	4
y	0	1	2



ثانياً نرسم بيان الدالة $y=\sqrt{x-2}+1$

$h=2$ و $k=1$

بانسحاب دالة الجذر وحدتين لليمين

و وحدة واحدة للأعلى

إضغط

صفوة معلمي الكويت

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

إعداد: أ. حسام بيومي

أوجد مجموعة حل المتباينة $x^2+4x+3 \le 0$

المعادلة المناظرة

$x^2+4x+3=0$

$(x+3)(x+1)=0$

$x=-3 \quad , \quad x=-1$

نبحث قيم x التي تحقق المتباينة

$x+3<0 \Rightarrow x<-3$ | $x+3>0 \Rightarrow x>-3$

$x+1<0 \rightarrow x<-1$ | $x+1>0 \rightarrow x>-1$

نكون الجدول

x	$-\infty$		-3		-1		∞
$x+3$		−	0	+		+	
$x+1$		−		−	0	+	
$(x+3)(x+1)$		+	0	−	0	+	

م.ح $= [-3, -1]$

أوجد مجموعة حل المتباينة $-x^2+7x-10 \le 0$

بضرب المتباينة $\times -1$

$x^2-7x+10 \ge 0$

المعادلة المناظرة

$x^2-7x+10=0$

$(x-2)(x-5)=0$

$x=2 \quad , \quad x=5$

نبحث قيم x التي تحقق المتباينة:

$x-2<0 \Rightarrow x<2$ | $x-5<0 \Rightarrow x<5$

$x-2>0 \Rightarrow x>2$ | $x-5>0 \Rightarrow x>5$

نكون الجدول

x	$-\infty$		2		5		∞
$x-2$		−	0	+		+	
$x-5$		−		−	0	+	
$(x-2)(x-5)$		+	0	−	0	+	

م.ح $= (-\infty, 2] \cup [5, \infty)$

إنتهى

صفوة معلمي الكويت

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

إعداد: أ. حسام بيومي

أوجد مجال الدالة: $f(x) = \sqrt{-x^2 + 4x - 3}$

مجال الدالة f هو المعادلة بالمتباينة

$-x^2 + 4x - 3 \geq 0$

$-x^2 + 4x - 3 = 0$

$(-x+1)(x-3) = 0$

$x = 1$ ، $x = 3$

نبحث قيم x التي تحقق المتباينة

$-x+1 < 0 \Rightarrow x > 1$ || $x-3 < 0 \Rightarrow x < 0$

$-x+1 > 0 \Rightarrow x < 1$ || $x-3 > 0 \Rightarrow x > 0$

نكون الجدول

x	$-\infty$		1		3		∞
$-x+1$		+	0	−		−	
$x-3$		−		−	0	+	
$(-x+1)(x-3)$		−	0	+	0	−	

مجال الدالة f هو $[1, 3]$

أوجد مجال الدالة: $f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$

صفوة معلمي الكويت

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

إعداد: أ. حسام بيومي

الصف الحادي عشر علمي

العام الدراسي 2024/2025

أوجد مجموعة حل المتباينة: $\frac{3x-5}{-2x+3} \geq 0$

أصفار البسط

$3x-5=0$

$3x=5$

$x=\frac{5}{3}$

أصفار المقام

$-2x+3=0$

$-2x=-3$

$x=\frac{3}{2}$

نبحث قيم x التي تحقق المتباينة

$3x-5<0 \rightarrow x<\frac{5}{3}$

$3x-5>0 \rightarrow x>\frac{5}{3}$

$-2x+3<0 \Rightarrow x>\frac{3}{2}$

$-2x+3>0 \Rightarrow x<\frac{3}{2}$

نكون الجدول

x	$-\infty$		$\frac{3}{2}$		$\frac{5}{3}$		∞
$-2x+3$		+	0	−		−	
$3x-5$		−		−	0	+	
$\frac{3x-5}{-2x+3}$		−	غير معرفة	+	0	−	

مفتوحة لأنها غير معرفة

مج = $(\frac{3}{2}, \frac{5}{3}]$

أوجد مجموعة حل المتباينة: $\frac{3x+7}{x+2} \geq 2$

$\frac{3x+7}{x+2}-2 \geq 0$

$\frac{3x+7-2x-4}{x+2} \geq 0 \Rightarrow \frac{x+3}{x+2} \geq 0$

أصفار البسط

$x+3=0$

$x=-3$

أصفار المقام

$x+2=0$

$x=-2$

نبحث قيم x التي تحقق المتباينة

$x+3<0 \Rightarrow x<-3$

$x+3>0 \Rightarrow x>-3$

$x+2>0 \Rightarrow x>-2$

$x+2<0 \Rightarrow x<-2$

نكون الجدول

x	$-\infty$		-3		-2		$+\infty$
$x+3$		−	0	+		+	
$x+2$		−		−	0	+	
$\frac{x+3}{x+2}$		+	0	−	غير معرفة	+	

مج = $(-\infty, -3] \cup (-2, \infty)$

إنتهى

صفوة علمي الكويت

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

إعداد: أ. حسام بيومي

أوجد معكوس الدالة: $y = 2x^4$

$y = 2x^4$

اعكس المتغيرين y ، x

$x = 2y^4$

$\frac{x}{2} = y^4$

نوجد الجذر الرابع للطرفين

$y = \pm\sqrt[4]{\frac{x}{2}}$ ، $x \geq 0$

∴ معكوس $y = 4x^4$ هو $y = \pm\sqrt[4]{\frac{x}{2}}$

أوجد معكوس الدالة: $y = \sqrt{x-4}$

$y = \sqrt{x-4}$ ، $x \geq 4$

اعكس المتغيرين x و y

$x = \sqrt{y-4}$

بتربيع الطرفين

$x^2 = y - 4$

$y = x^2 + 4$

∴ معكوس الدالة $y = \sqrt{x-4}$ هو

$y = x^2 + 4$ ، $x \geq 0$

إضافي

أوجد معكوس كل من: $y = 5x^3$ ، $y = \sqrt{x+2}$

صفوة معلمي الكويت

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

إعداد: أ. حسام بيومي

استخدم القسمة التركيبية لقسمة $x^3 - 3x^2 - 6x + 8$ على $(x+2)$ ثم أوجد باقي القوانين

$x+2=0$
$x=-2$

باستخدام القسمة التركيبية

-2 | 1 | -3 | -6 | 8
| | -2 | 10 | -8
| 1 | -5 | 4 | 0

ناتج القسمة هو x^2-5x+4

ثم يجد باقي العوامل نحلل الناتج $x^2-5x+4=(x-1)(x-4)$

∴ باقي العوامل هي $(x-1), (x-4)$

باستخدام نظرية الباقي أوجد باقي قسمة $f(x) = x^4 - 5x^2 + 4x + 12$ على $(x+1)$ ثم تحقق باستخدام القسمة التركيبية

$x=-1$

باستخدام نظرية الباقي

$f(-1) = (-1)^4 - 5(-1)^2 + 4(-1) + 12$

$= 4$

∴ باقي القسمة = 4

التحقق باستخدام القسمة التركيبية

-1 | 1 | 0 | -5 | 4 | 12
| | -1 | 1 | 4 | -8
| 1 | -1 | -4 | 8 | 4

الباقي

إضافي

باستخدام نظرية الباقي أوجد باقي قسمة $f(x) = x^3 + 15x - 9$ على $(x-3)$ ثم تحقق باستخدام القسمة التركيبية

صفوة معلمي الكويت

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

إعداد: أ. حسام بيومي

أوجد مجموعة حل المعادلة: $3x^3 + 6x^2 - 9x = 0$ بالتحليل

بأخذ العامل المشترك الأكبر $3x$

$3x(x^2+2x-3) = 0$

$3x(x+3)(x-1) = 0$

$x = 0 \quad , \quad x = -3 \quad , \quad x = 1$

∴ مجموعة الحل هي $\{1 \ , \ -3 \ , \ 0\}$

أوجد مجموعة حل المعادلة: $x^3 - 3x = 6 - 2x^2$

$x^3 - 3x - 6 + 2x^2 = 0$

$(x^3 - 3x) + (2x^2 - 6) = 0$

بأخذ العامل المشترك الأكبر لكل قوسين

$x(x^2-3) + 2(x^2-3) = 0$

$(x^2-3)(x+2) = 0$

$(x-\sqrt{3})(x+\sqrt{3})(x+2) = 0$

ملحوظة هامة
$3 = \sqrt{3} \times \sqrt{3}$
أي أن 3 تربيع $(\sqrt{3})^2$

$x = \sqrt{3}$ أو $x = -\sqrt{3}$ أو $x = -2$

$\{\sqrt{3} \ , \ -\sqrt{3} \ , \ -2\} = ح$

إنتهى

صفوة المعلمين في الكويت

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

أوجد مجموعة حل المعادلة: $x^3 - 4x^2 + 3 = 0$

نستخدم الأصفار النسبية الممكنة

عوامل الحد الثابت (3) : $\pm 1, \pm 3$

عوامل المعامل الرئيسي (1) : ± 1

∴ الأصفار النسبية الممكنة هي $\pm 1, \pm 3$

لتكن $f(x) = x^3 - 4x^2 + 3$

$f(1) = (1)^3 - 4(1)^2 + 3 = 0$

∴ 1 هي أحد أصفار الحدودية، $(x-1)$ عامل من عواملها.

نستخدم القسمة التركيبية لإيجاد باقي الحلول

1	1	-4	0	3
		1	-3	-3
	1	-3	-3	0

∴ ناتج القسمة هو $x^2 - 3x - 3$

نحل المعادلة $x^2 - 3x - 3 = 0$ باستخدام القانون

$x_1 = \frac{3 - \sqrt{21}}{2}$ ، $x_2 = \frac{3 + \sqrt{21}}{2}$

∴ م.ح = $\{1, \frac{3 - \sqrt{21}}{2}, \frac{3 + \sqrt{21}}{2}\}$

إضافي

أوجد مجموعة حل المعادلة: $x^4 - 3x^3 + x^2 + 3x = 2$

معلم الكويت
CamScanner الممسوحة ضوئيا بـ

اكتب دالة أسية: $y = ab^x$ يمر بيانها بالنقطتين $S(3,16)$ ، $H(2,4)$

$y = ab^x$

∵ بيان الدالة يمر بالنقطتين ∴ تحققان معادلته فيكون

$H(2,4)$	$S(3,16)$
$4 = a \cdot b^2$ → ①	$16 = a \cdot b^3$ ②

بقسمة المعادلتين ② على ①

$$\frac{16}{4} = \frac{a \cdot b^3}{a \cdot b^2}$$

$\boxed{4 = b}$

نعوض في المعادلة ① عن قيمة b

$4 = a \cdot (4)^2 \Rightarrow \boxed{a = \frac{1}{4}}$

∴ المعادلة المطلوبة هي

$y = ab^x$

$y = \frac{1}{4}(4)^x$

مستخدماً دالة المرجع مثل بيانياً الدالة: $y = (3)^{x-3} + 1$

أولاً نرسم بيان دالة المرجع

$y = (3)^x$

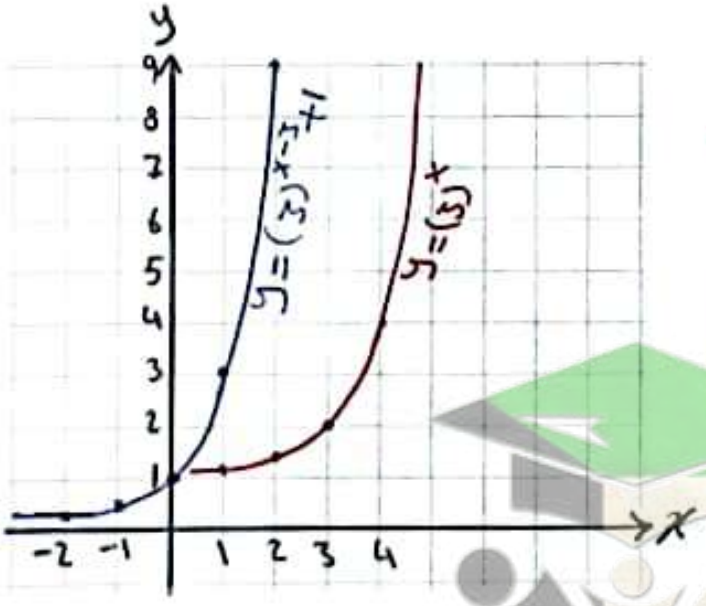
نكون جدول

x	-2	-1	0	1	2
y	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{3}$	1	3	9

ثانياً نرسم بيان الدالة $y = (3)^{x-3} + 1$

$h = 3$

$k = 1$



بإزاحة دالة المرجع ثلاث وحدات إلى اليمين

ووحدة واحدة إلى الأعلى

إنتهى

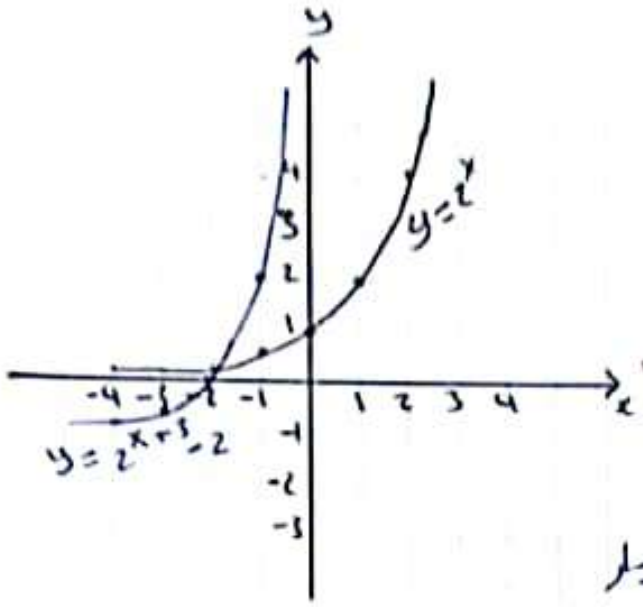
الصف الحادي عشر علمي

العام الدراسي 2024/2025

صفوة معلمي الكويت

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

مثل بيانيا: $y = 2^{x+1} - 2$ مستخدما دالة المربع



أولا نرسم دالة المربع $y = 2^x$

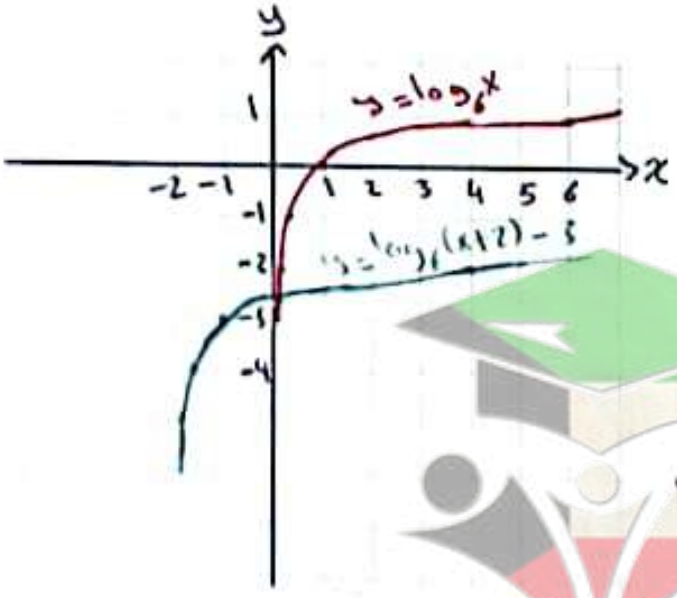
x	-2	-1	0	1	2
y	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4

ثانيا: نرسم بيان الدالة $y = 2^{x+3} - 2$

$k = -2$ و $h = -3$

باشعاب دالة المربع ٣ وحدات إلى اليسار
و وحدتين إلى الأسفل

ارسم بيان الدالة: $y = \log_6(x+2) - 3$ مستخدما دالة المربع



أولا نرسم بيان دالة المربع $y = \log_6 x$

x	6	1	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{36}$
y	1	0	-1	-2

ثانيا نرسم بيان الدالة $y = \log_6(x+2) - 3$

$k = -2$ و $h = -3$

باشعاب دالة المربع وحدتين أفقيا جهة اليسار
و انشعاب ثلاث وحدات رأسيا إلى الأسفل

صفوة معلمي الكويت
CamScanner

الصف الحادي عشر علمي

العام الدراسي 2024/2025

حل المعادلة: $\log(3x+1)=5$

شرط الكل (المجال)

$3x+1>0$

$3x>-1$

$x>\frac{-1}{3}$

∴ المجال هو $(-\frac{1}{3},\infty)$

نحول المعادلة الى الصورة الأسية

$3x+1=10^5$

$3x+1=100000$

$3x=100000-1$

$\frac{3x}{3}=\frac{99999}{3}$

$x=33333 \in (-\frac{1}{3},\infty)$

∴ الكل مقبول

حل المعادلة: $\log 6-\log 3x=-2$

شرط الكل (المجال)

$3x>0$

$x>0$

المجال $(0,\infty)$

$\log\frac{6}{3x}=-2$

نحول الى الصورة الأسية

$\frac{6}{3x}=10^{-2}$

$\frac{6}{3x}=\frac{1}{100}$

$\frac{3x}{3}=\frac{600}{3}$

$x=200 \in (0,\infty)$

∴ الكل مقبول

إضافي

حل المعادلة: $2\log x-\log 3=2$ ، $\log(7-2x)=-1$

صفوة معلمي الكويت

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

أوجد مجموعة حل المعادلة: $\log x^2 - \log(x^2 - x) = 1 \quad , x \in (1,\infty)$

$$\cancel{\log} \frac{x^2}{x^2 - x} = \cancel{\log} 10$$

$$\frac{x^2}{x^2 - x} = \frac{10}{1}$$

$$10x^2 - 10x = x^2$$

$$10x^2 - 10x - x^2 = 0$$

$$9x^2 - 10x = 0$$

$$x(9x - 10) = 0$$

$$x = 0 \notin (1,\infty)$$

$$9x - 10 = 0 \Rightarrow x = \frac{10}{9} \in (1,\infty)$$

$$\left\{\frac{10}{9}\right\} = \text{م.ح}$$

حل آخر يمكن ترك الحل هو ثم تحويلها لدالة أسية

ملحوظة هامة

$\log_a a = 1$

$\log 10 = 1$

$\log_5 5 = 1$

أوجد مجموعة حل المعادلة: $\log_2(x-1) - \log_2(x+3) = \log_2\left(\frac{1}{x}\right) \quad , x \in (1,\infty)$

$$\log_2\left(\frac{x-1}{x+3}\right) = \log_2\left(\frac{1}{x}\right)$$

$$\frac{x-1}{x+3} = \frac{1}{x}$$

$$x(x-1) = x + 3$$

$$x^2 - x - x - 3 = 0$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$(x-3)(x+1) = 0$$

$$x = 3 \in (1,\infty)$$

$$x = -1 \notin (1,\infty)$$

$$\{3\} = \text{م.ح}$$

إضافي

أوجد مجموعة حل المعادلة: $\log x - \log(x-1) = 1$

أوجد مجموعة حل المعادلة: $\log(2x) - \log(x-3) = \log 8 \quad , x \in (3,\infty)$

صفوة معلمي الكويت

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

إعداد: أ. حسام بيومي

حل المعادلة: $\log_{(2x-1)} 49 = 2 \quad , \quad x \in (1, \infty)$

نحول الدالة اللوغاريتمية إلى الصورة الأسية

$(2x-1)^2 = 49$ بأخذ الجذر التربيعي للطرفين

$\rightarrow \pm\sqrt{49} = \pm 7$

$2x - 1 = \pm 7$

	أو
$2x - 1 = 7$	$2x - 1 = -7$
$2x = 7 + 1$	$2x = -7 + 1$
$\frac{2x}{2} = \frac{8}{2}$	$\frac{2x}{2} = \frac{-6}{2}$
$x = 4 \in (1, \infty)$	$x = -3 \notin (1, \infty)$

$x = 4$ حل المعادلة هو

حل المعادلة: $\ln(4x - 1) = 36$

نحول إلى الصورة الأسية

$4x - 1 = e^{36}$

$4x = e^{36} - 1$

$x = \frac{e^{36} - 1}{4} \in (\frac{1}{4}, \infty)$

شرط قبل (المجال)

$4x - 1 > 0$

$4x > 1$

$x > \frac{1}{4}$

المجال $(\frac{1}{4}, \infty)$

إضافي

حل المعادلة: $\ln(4x - 1) = 3$

حل المعادلة: $\ln(4x - 1) = 5$

معلمي الكويت

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

حل المعادلة: $\frac{1}{2}\ln x + \ln 2 - \ln 3 = 3 \quad , \quad x \in (0,\infty)$

$2 \times \frac{1}{2}\ln x = (3 - \ln 2 + \ln 3) \times 2$

$\ln x = 6 - 2\ln 2 + 2\ln 3$

نحولها إلى الصورة الأسية

$x = e^{(6 - 2\ln 2 + 2\ln 3)}$

$x \simeq 907.7 \quad \in (0, \infty)$

حل المعادلة: $9e^{2x} - 3 = 24$

$9e^{2x} = 24 + 3$

$\frac{9e^{2x}}{9} = \frac{27}{9}$

$e^{2x} = 3$

بأخذ ln للطرفين

$\ln e^{2x} = \ln 3$

$\frac{2x}{2} = \frac{\ln 3}{2}$

$x \simeq 0.549$

صفوة معلمي الكويت

إعداد: أ. حسام بيومي

إذا كانت النقاط $A(6,-1)$, $B(3,2)$, $C(2,1)$

a) اكتب كلاً من المتجهين $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$ بدلالة متجهي الوحدة $\vec{i},\vec{j}$.

b) أوجد قيمة $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}$

c) اثبت أن المثلث ABC قائم الزاوية في B

(a) $\langle\overrightarrow{AB}\rangle = \langle 3-6 , 2-(-1)\rangle = \langle -3 , 3\rangle$

$\langle\overrightarrow{AB}\rangle = -3\vec{i} + 3\vec{j}$

$\langle\overrightarrow{BC}\rangle = \langle 2-3 , 1-2\rangle = \langle -1 , -1\rangle$

$\langle\overrightarrow{BC}\rangle = -\vec{i} - \vec{j}$

(b) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC} = -3\times-1 + 3\times-1 = 0$

(c) $\because \overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC} = 0$

$\therefore \overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{BC}$

∴ قياس الزاوية $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) = 90$

∴ المثلث ABC قائم الزاوية في $\hat{B}$

يتبع

صفوة معلمي الكويت

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

إعداد: أ. حسام بيومي

لتكن المتجهان $\vec{B}=(3,2)$ ، $\vec{A}=(2x+1,3y-1)$ حيث x,y عددان حقيقيان

فأوجد قيمة x,y اللتين تجعلان $\vec{A}=\vec{B}$

$\because \vec{A}=\vec{B}$

$2x+1=3$

$2x=3-1$

$2x=2$

$\boxed{x=1}$

$3y-1=2$

$3y=2+1$

$3y=3$

$\boxed{y=1}$

إذا كان $\vec{B}=(1,y)$ ، $\vec{A}=(-2,3)$ فأوجد

(1) قيمة y بحيث يكون $\vec{A}\perp\vec{B}$

(2) قيمة y بحيث يكون $\|\vec{B}\|=5\ units$

(1) $\because \vec{A}\perp\vec{B}$

$\therefore \vec{A}\cdot\vec{B}=0$

$x_A\cdot x_B+y_A\cdot y_B=0$

$(-2)(1)+(3)y=0$

$-2+3y=0$

$3y=2$

$\boxed{y=\frac{2}{3}}$

(2) $\|\vec{A}\|=\sqrt{x^2+y^2}=1$

$\sqrt{(1)^2+y^2}=1$

بتربيع الطرفين

$1+y^2=1$

$y^2=1-1$

$y^2=0$

$\boxed{y=0}$

إنتهى

صفوة معلمي الكويت

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

إعداد: أ. حسام بيومي

اثبت ان: $\vec{A} // \vec{B}$ حيث $\vec{A} = (-7,5)$, $\vec{B} = (14,-10)$

لاثبات أن $\vec{A} // \vec{B}$

يجب أن يكون $x_A \cdot y_B - x_B \cdot y_A = 0$

$= (-7)(-10) - (5)(14)$

$= 70 - 70 = 0$

$\therefore \vec{A} // \vec{B}$

إذا كان $\vec{A} // \vec{B}$ حيث $\vec{A} = (6,-8)$, $\vec{B} = (2,y)$ فأوجد قيمة y

(x_1 y_1 , x_2 y_2)

$x_A \cdot y_B - x_B\, y_A = 0$

$(6)(y) - (2)(-8) = 0$

$6y + 16 = 0$

$6y = -16$

$y = \frac{-16}{6}$

$y = \frac{-8}{3}$

يمكن ايضاً كتابته

$x_1 y_2 - x_2 y_1 = 0$

إضافي

صفوة معلمي الكويت

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

إعداد: أ. حسام بيومي

باستخدام خواص المتجهات أثبت أن النقاط $A(2,3)$, $B(-2,5)$, $C(10,-1)$ على استقامة واحدة

$$\langle \vec{AB} \rangle = \langle -2-2 , 5-3 \rangle = \langle -4 , 2 \rangle$$

$$\langle \vec{AC} \rangle = \langle 10-2 , -1-3 \rangle = \langle 8 , -4 \rangle$$

$$\because \langle \vec{AC} \rangle = -2 \langle \vec{AB} \rangle$$

$$\therefore \vec{AC} \parallel \vec{AB}$$

∴ المتجهان متوازيان وبينهما نقطة مشتركة A

∴ النقاط على استقامة واحدة

إذا كان $\vec{A} = \langle -3,0 \rangle$, $\vec{B} = \langle 5,9 \rangle$ فأوجد:

1) $\vec{A} - \vec{B}$
2) $-3\vec{A} + 4\vec{B}$

① $\vec{A} - \vec{B} = \langle -3-5 , 0-9 \rangle$

$= \langle -8 , -9 \rangle$

② $-3\vec{A} + 4\vec{B} = -3 \langle -3,0 \rangle + 4 \langle 5,9 \rangle$

$= \langle 9 , 0 \rangle + \langle 20 , 36 \rangle$

$= \langle 29 , 36 \rangle$

إضافي

صفوة معلمي الكويت

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

إعداد: أ. حسام بيومي

إذا كان $\vec{A} = \langle 2,3 \rangle$, $\vec{B} = \langle -1,2 \rangle$ فأوجد:

(1) $2\vec{A} + 3\vec{B}$

(2) $\vec{A} \cdot \vec{B}$

(3) $\|\vec{A}\|$

(4) $\vec{u} \cdot \vec{v}$ قياس الزاوية بين المتجهين

① $2\vec{A} + 3\vec{B} = 2\langle 2,3 \rangle + 3\langle -1,2 \rangle$

$= \langle 4,6 \rangle + \langle -3,6 \rangle = \langle 1,12 \rangle$

② $\vec{A} \cdot \vec{B} = x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2$

$= (2)(-1) + (3)(2) = -2 + 6 = \boxed{4}$

③ $\|\vec{A}\| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{2^2 + 3^2} = \boxed{\sqrt{13}}$

④ قياس الزاوية بين المتجهين

$\|\vec{B}\| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(-1)^2 + (2)^2} = \boxed{\sqrt{5}}$

$\cos(\vec{A}, \vec{B}) = \dfrac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{\|\vec{A}\| \cdot \|\vec{B}\|}$

$= \dfrac{4}{\sqrt{13} \times \sqrt{5}} = \dfrac{4\sqrt{65}}{65}$

$m(\vec{A}, \vec{B}) = \cos^{-1}\left(\dfrac{4\sqrt{65}}{65}\right) = 60.255^\circ$

إضافي

إذا كان $\vec{u} = \langle 0,2 \rangle$, $\vec{v} = \langle 2,2 \rangle$ فأوجد:

(1) $\|\vec{u}\|$ (2) $\|\vec{v}\|$ (3) $\vec{u} \cdot \vec{v}$ (4) قياس الزاوية بين المتجهين $\vec{u} \cdot \vec{v}$

معلمي الكويت

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

إعداد: أ. حسام بيومي

إذا كان $\|\vec{A}\| = 3, \|\vec{B}\| = 2, \vec{A}.\vec{B} = -3\sqrt{3}$ فأوجد قياس الزاوية $(\vec{A}, \vec{B})$

$$\cos(\vec{A}, \vec{B}) = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{\|\vec{A}\| . \|\vec{B}\|}$$

$$= \frac{-3\sqrt{3}}{3 \times 2} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$m(\vec{A}, \vec{B}) = \cos^{-1}\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 150^\circ$$

إذا كان المتجه $\vec{t} = (-1, -3)$ فأوجد:

(1) طول المتجه $\vec{t}$

(2) قياس الزاوية θ التي يصنعها المتجه $\vec{t}$ مع الاتجاه الموجب لمحور السينات

(1) طول المتجه $\vec{t}$

$$\|\vec{t}\| = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(-1)^2 + (-3)^2} = \sqrt{10} \text{ units}$$

(2) أولاً نوجد أن α هي زاوية الإسناد

$$\tan\alpha = \left|\frac{y}{x}\right| = \left|\frac{-3}{-1}\right| = 3$$

$$\alpha \approx 71.6^\circ$$

$\because x < 0$, $y < 0$ تقع في الربع الثالث

ثانياً θ هي الزاوية التي يصنعها

$$\theta = 180 + \alpha$$

$$\theta = 180 + 71.6^\circ = 251.6^\circ$$

إنتهى

صفوة معلمي الكويت

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

إعداد: أ. حسام بيومي

عدد العاملين في مؤسسة هو 90 موظفاً مرقمين من 1 إلى 90. يراد اختيار 7 موظفين لأداء فريضة الحج على نفقة المؤسسة ويتم اختيارهم بطريقة عشوائية.
المطلوب سحب عينة عشوائية بسيطة باستخدام جدول الأعداد العشوائية ابتداء من الصف السادس والعمود الرابع.

∵ حجم العينة ٩٥ فإننا نأخذ أول رقمين بجهة اليسار من الصف ٦ والعمود ٤ ثم نتحرك لاسفل ونختار الارقام بشرط أن لايتجاوز العدد ٩٥ ولا يتكرر

تكون الاعداد هي ١٥ و ٧٠ و ٧٧ و ٢٤ و ٣ و ٦١ و ٥٩

في إحدى المستشفيات يوجد 80 إدارياً مرقمين من 1 إلى 80، 140 طبيباً مرقمين من 81 إلى 220، 240 ممرضاً مرقمين من 221 إلى 460، 40 عاملاً مرقمين من 460 إلى 500.
المطلوب سحب عينة عشوائية طبقية مكونة من 25 فرداً لدراسة كفاءة العاملين وذلك بتكوين عينات عشوائية بسيطة باستخدام جدول الأعداد العشوائية.

أولاً نوجد كسر المعاينة = حجم العينة / حجم المجتمع الاصلي = 25/500 = 0.05

ثانياً نوجد حجم كل عينة = كسر المعاينة × حجم الطبقة المناظرة

حجم عينة الإداريين = 80 × 0.05 = 4
حجم عينة الاطباء = 140 × 0.05 = 7
حجم عينة الممرضين = 240 × 0.05 = 12
حجم عينة العمال = 40 × 0.05 = 2

إنتهى

صفوة معلمي الكويت

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

إعداد: أ. حسام بيومي

يبلغ عدد طلبة الحادي عشر علمي في إحدى المدارس 140 طالباً مرقمين من 1 إلى 140.
المطلوب سحب عينة عشوائية منتظمة حجمها 7 لزيارة إحدى دور المسنين وتقديم الهدايا لهم بمناسبة حلول عيد الفطر السعيد باستخدام جدول الأعداد العشوائية ابتداءً من الصف السادس والعمود التاسع.

أولاً نوجد طول الفترة = حجم المجتمع الاحصائي / حجم العينة

$= \frac{140}{7} = 20$

من جدول الاعداد العشوائية الصف ٦ والعمود ٩
نختار أول عدد مكون من رقمين بحيث لا يزيد عن 20
ثم نزيد بمقدار طول الفترة
فنجد الاعداد هي

+20 ←

15 ، 35 ، 55 ، 75 ، 95 ، 115 ، 135

صفوة معلمي الكويت

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner

إعداد: أ. حسام بيومي

إذا كان المتوسط الحسابي لأرباح إحدى الشركات الصغيرة 350 ديناراً والانحراف المعياري 110 والمنحنى التكراري لأرباح هذه الشركة على شكل الجرس (توزيع طبيعي).

a) طبق القاعدة التجريبية.

b) هل وصلت أرباح الشركة إلى 690 ديناراً؟ فسر ذلك.

$\bar{x} = 350 \quad , \quad \sigma = 110$

(a) باستخدام القاعدة التجريبية

(1) حوالي 68% من الأرباح تقع في الفترة

$[\bar{x} - \sigma \, , \, \bar{x} + \sigma] = [350 - 110 \, , \, 350 + 110]$

$= [240 \, , \, 490]$

(2) حوالي 95% من الأرباح تقع في الفترة

$[\bar{x} - 2\sigma \, , \, \bar{x} + 2\sigma] = [350 - 2 \times 110 \, , \, 350 + 2 \times 110]$

$= [130 \, , \, 570]$

(3) حوالي 99.7% من الأرباح تقع في الفترة

$[\bar{x} - 3\sigma \, , \, \bar{x} + 3\sigma] = [350 - 3 \times 110 \, , \, 350 + 3 \times 110]$

$= [20 \, , \, 680]$

(b)

$\because 690 \notin [20 \, , \, 680]$

$\therefore$ من غير المتوقع أن تكون أرباح هذه الشركة قد وصلت

إلى المبلغ 690 ديناراً

إضافي

لاحظت شركة تجارية أن المتوسط الحسابي لأرباحها 475 ديناراً بانحراف معياري 115 ديناراً.

- طبق القاعدة التجريبية.
- هل وصلت أرباح الشركة إلى 750 ديناراً؟ فسر ذلك.

CamScanner

إعداد: أ. حسام بيومي

في أحد الاختبارات نال أحد الطلاب درجة 16 من 20 في مادة الرياضيات حيث المتوسط الحسابي 13 والانحراف المعياري 5 ونال أيضاً 16 من 20 في مادة الكيمياء حيث المتوسط الحسابي 14 والانحراف المعياري 4.
ما القيمة المعيارية للدرجة 16 مقارنة مع درجات كل مادة؟ أيهما أفضل؟

القيمة المعيارية

$$Z = \frac{x - \bar{x}}{\sigma}$$

مادة الرياضيات

$$Z_1 = \frac{16 - 13}{5}$$

$$= 0.6$$

مادة الكيمياء

$$Z_2 = \frac{16 - 14}{4}$$

$$= 0.5$$

$$0.5 < 0.6$$

∴ القيمة المعيارية للدرجة 16 في الرياضيات أفضل منها في مادة الكيمياء

وبالتالي الدرجة 16 في مادة الرياضيات أفضل

إثرائي

يسكن خالد في المدينة A حيث إن طول قامته 180cm والمتوسط الحسابي لأطوال قامات الرجال في هذه المدينة 174cm مع انحراف معياري 12cm. أما صالح فيسكن في المدينة B حيث إن طول قامته 172cm والمتوسط الحسابي لأطوال قامات الرجال في هذه المدينة 165cm مع انحراف معياري 15. أي منهما طول قامته أفضل من الآخر مقارنة مع أطوال الرجال في كل مدينة؟

الممسوحة ضوئيا بـ CamScanner