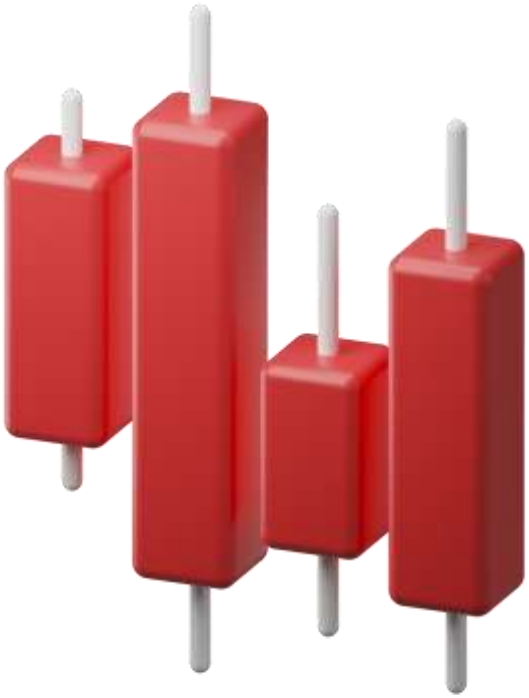


الإحصاء الرياضي

التعاريف والقوانين

الكورس الثاني

صفوة معلمي الكويت

11

2024-2025

UULA.COM

UULA

الوسيط والربيع الأدنى والربيع الأعلى من جدول فئات

حساب الوسيط للفئات:

$$\text{الوسيط } (\tilde{س}_{٢}) = \text{الحد الأدنى لفئة الوسيط} + \frac{\frac{ن}{٢} - \text{التكرار المتجمع الصاعد السابق لفئة الوسيط}}{\text{التكرار الأصلي لفئة الوسيط}} \times \text{طول الفئة}$$

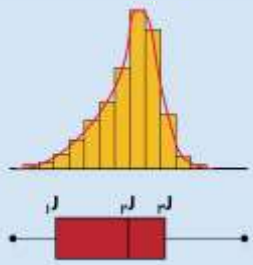
$$\text{الربيع الأدنى } (\tilde{س}_{١}) = \text{الحد الأدنى لفئة الربيع الأدنى} + \frac{\frac{ن}{٤} - \text{التكرار التجمع الصاعد السابق لفئة الربيع الأدنى}}{\text{التكرار الأصلي لفئة الربيع الأعلى}} \times \text{طول الفئة}$$

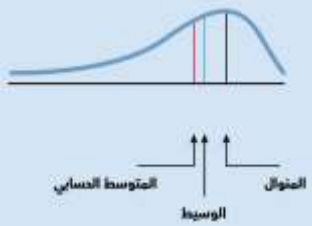
$$\text{الربيع الأعلى } (\tilde{س}_{٣}) = \text{الحد الأدنى لفئة الربيع الأعلى} + \frac{\frac{٣ن}{٤} - \text{التكرار التجمع الصاعد السابق لفئة الربيع الأعلى}}{\text{التكرار الأصلي لفئة الربيع الأعلى}} \times \text{طول الفئة}$$

الالتواء

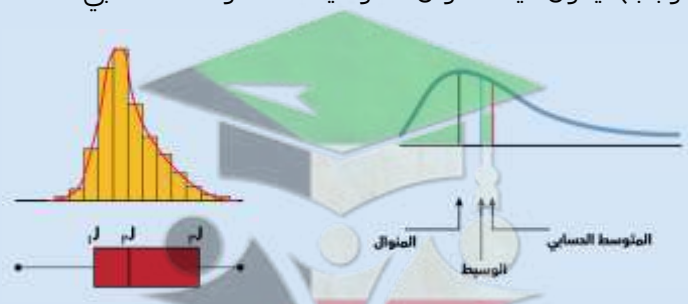
الربط بين مقاييس النزعة المركزية والالتواء:

الالتواء إلى اليسار (السالب): يكون فيه المنوال > الوسيط > المتوسط الحسابي





الالتواء إلى اليمين (الموجب): يكون فيه المنوال < الوسيط < المتوسط الحسابي



متماثل (لا يوجد التواء) يكون المنوال = الوسيط = المتوسط الحسابي



صفوة معلمي الكويت

UULA.COM
© جميع الحقوق محفوظة

مقاييس التشتت وتطبيقاتها

مقاييس التشتت:

- المدى = القيمة العظمى - القيمة الصغرى
- نصف المدى الربيعي = $\frac{\text{الربيع الأعلى} - \text{الربيع الأدنى}}{٢}$
- التباين: $ع^{٢} = \frac{\sum (س - \overline{س})^{٢}}{ن}$
- الانحراف المعياري: $ع = \sqrt{\frac{\sum (س - \overline{س})^{٢}}{ن}}$

حيث: $س$ = المتغير، $\overline{س}$ = المتوسط الحسابي، ن عدد القيم

في حالة تكرار القيم في البيانات يكون لدينا:

- التباين: $ع^{٢} = \frac{\sum_{ر=١}^{م} (س_{ر} - \overline{س})^{٢} ت_{ر}}{\sum_{ر=١}^{م} ت_{ر}}$
- الانحراف المعياري: $ع = \sqrt{\frac{\sum_{ر=١}^{م} (س_{ر} - \overline{س})^{٢} ت_{ر}}{\sum_{ر=١}^{م} ت_{ر}}}$

حيث $ت_{ر}$ = عدد تكرار المتغير س

UULA
صفوة معلمي الكويت

UULA.COM
© جميع الحقوق محفوظة

التوزيع الطبيعي

التوزيع الطبيعي هو توزيع البيانات بشكل مماثل حول المتوسط الحسابي والمنحنى التكراري الذي يمثل هذه البيانات يأخذ شكل الجرس كما هو في الشكل التالي:

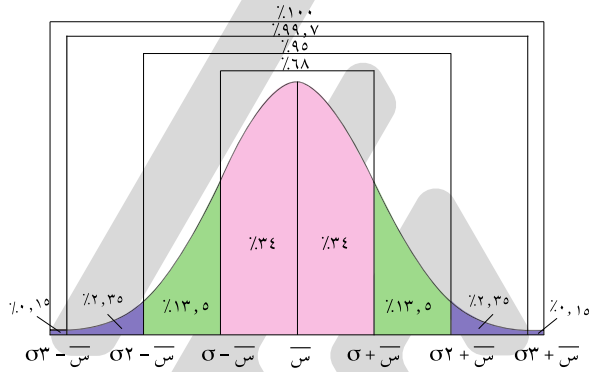


من خواص منحنى التوزيع الطبيعي:

أن يكون على شكل ناقوس (جرس) متماثل حول المتوسط الحسابي.
أن تتساوى فيه قيم المتوسط الحسابي والوسيط والمنوال.
أن ينحدر طرفاه تدريجياً ويمتدان إلى ما لا نهاية ولا يلتقيان مع المحور الأفقي أبداً.

القاعدة التجريبية

تستخدم القاعدة التجريبية لدراسة الجودة في مواقف إحصائية متعددة لعينات ذات قيم مفردة عددها ن $(ن > ٣٠)$



حوالي ٦٨٪ من قيم هذه البيانات تقع على الفترة $[\bar{س} - \sigma ، \bar{س} + \sigma]$

حوالي ٩٥٪من قيم هذه البيانات تقع على الفترة $[\bar{س} - ٢\sigma ، \bar{س} + ٢\sigma]$

حوالي ٩٩,٧٪ من قيم هذه البيانات تقع على الفترة $[\bar{س} - ٣\sigma ، \bar{س} + ٣\sigma]$

القيمة المعيارية

هو مؤشر يدل على انحراف قيمة مفردة من بيانات عن المتوسط الحسابي وذلك باستخدام الانحراف المعياري لقيم هذه البيانات. إذا كان المطلوب مقارنة قيمتين لمفردتين مختلفتين تنتمي كل منهما إلى مجموعة محددة فإنه لا يكفي إحصائيًا.

$$\text{القيمة المعيارية (ق)} = \frac{\text{المتوسط الحسابي} - \text{قيمة المفردة}}{\text{الانحراف المعياري}} = \frac{س - \bar{س}}{\sigma}$$

صفوة معلمي الكويت

UULA.COM
© جميع الحقوق محفوظة

مبدأ العد والتباديل والتوافيق

مضروب عدد

$$ن! = ن \times (ن-١) \times (ن-٢) \times (ن-٣) \times \ldots \times ٣ \times ٢ \times ١$$

$$ن! = ن \times (ن-١)!$$

$$٠! = ١$$

قانون التبادل

$$ل^{ن}_{ر} = \frac{ن!}{(ن-ر)!} \qquad ن \geq ر \qquad ن، ر \in ص$$

التوافيق

$$ت^{ن}_{ر} = \frac{ل^{ن}_{ر}}{ر!} \quad , \quad ت^{ن}_{ر} = \frac{ن!}{ر!\,(ن-ر)!}$$

$$ت^{ن}_{٠} = ١ \qquad ت^{ن}_{ن} = ١ \qquad ت^{ن}_{١} = ن \qquad ت^{ن}_{ن-ر} = ت^{ن}_{ر}$$

نظرية ذات الحدين

نظرية ذات الحدين

لأي عدد صحيح موجب ن فإن:

$$(ا+ب)^{ن} = ت^{ن}_{٠} ا^{ن} + ت^{ن}_{١} ا^{ن-١} ب + ت^{ن}_{٢} ا^{ن-٢} ب^{٢} + \ldots + ت^{ن}_{ن-١} ا ب^{ن-١} + ت^{ن}_{ن} ب^{ن}$$

الحد الذي ترتيبه ر+١ يرمز له بالرمز $ح_{ر+١} = ت^{ن}_{ر} ا^{ن-ر} ب^{ر}$

صفوة معلمي الكويت

UULA.COM
© جميع الحقوق محفوظة

التجربة العشوائية وفضاء العيّنة

الحدث

الحدث:هو مجموعة جزئية من فضاء العينة وقد يساويه.

أنواع الحدث

- الحدث البسيط يحتوي على عنصر واحد.
- الحدث المركب يحتوي على أكثر من عنصر.
- الحدث المستحيل هو مجموعة جزئية خالية من فضاء العينة ف ويرمز له بالرمز ϕ أو $\{\}$.
- الحدث المؤكد هو مجموعة جزئية من فضاء العينة ف ويساويه.

احتمال وقوع الحدث

إذا كان حدث في فضاء عيّنة ف (منته وغير خال) لتجربة عشوائية نتائجها لها فرص الظهور نفسها، فإن احتمال وقوع الحدث هو:

$$ل(أ) = \frac{\text{عدد نواتج الحدث } (أ)}{\text{عدد نواتج فضاء العينة } (ف)}$$

$$\frac{ن(أ)}{ن(ف)}$$

$ن(أ)$ عدد عناصر الحدث $ن(ف)$ عدد عناصر فضاء العينة

خواص الاحتمال لحدث ما

ليكن أ حدثا في فضاء العينة فضاء عينة ف (منتهيا وغير خال) فإن:

- $٠ \leq ل(أ) \leq ١$
- إذا كان $أ = \{\}$ فإن $ل(أ) = ٠$ ويسمى أ بالحدث المستحيل
- إذا كان $أ = ف$ فإن $ل(أ) = ١$ ويسمى ف بالحدث المؤكد

الأحداث المتنافية

من خواص الاحتمالات:

بفرض أ، ب حدثين من فضاء عينة فإن: $ل(أ \cup ب) = ل(أ) + ل(ب) - ل(أ \cap ب)$

$ل(أ \cap ب) = ل(أ) + ل(ب) - ل(أ \cup ب)$

الحدثان المتنافيان

بفرض أ، ب حدثين متنافيان فإن: $أ \cap ب = \varnothing$ ، $ل(أ \cap ب) = ٠$

$$ل(أ \cup ب) = ل(أ) + ل(ب) - ل(أ \cap ب) \Leftarrow$$
$$= ل(أ) + ل(ب) - ٠$$
$$= ل(أ) + ل(ب)$$

متمم الحدث

متمم الحدث أ ويرمز له بالرمز $\overline{أ}$

إذا كانت أ حدثًا , فإن احتمال عدم حدوث أ هو $ل(\overline{أ}) = ١ - ل(أ)$

الحدثان المستقلان

إذا كان أ، ب حدثين مستقلين، فإن احتمال وقوعهما معاً هو: $ل(أ \cap ب) = ل(أ) \cdot ل(ب)$

بالتالي: $ل(أ \cup ب) = ل(أ) + ل(ب) - ل(أ \cap ب)$

$= ل(أ) + ل(ب) - ل(أ) \cdot ل(ب)$

UULA.COM
© جميع الحقوق محفوظة