نماذج أجابة توقعات فاينال 10

2024 / 2025 فصل أول

عمل / أ . أحمد نصار

1-

أوجد مجموعة حل المتباينة ٦س − ١٥ < ٤س + ١ ومثّل الحلّ على خط الأعداد.

الحل:

٦س − ١٥ < ٤س + ١

٦س − ١٥ − ٤س < ٤س + ١ − ٤س — طرح ٤س من طرفي المتباينة

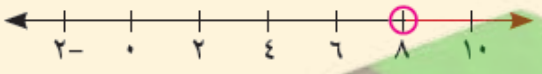
٢س − ١٥ < ١ — تبسيط

٢س − ١٥ + ١٥ < ١ + ١٥ — إضافة ١٥ إلى طرفي المتباينة

٢س < ١٦ — تبسيط

س < ٨

مجموعة الحل = (−∞، ٨).



صفوة معلمي الكويت

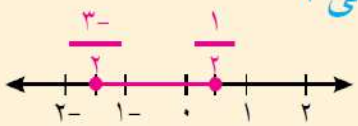
2-

أوجد مجموعة حل المتباينة ٤|٢س + ١| + ٤ ≥ ١٢، ومثّل مجموعة الحل على خط الأعداد.

الحل: ٤|٢س + ١| + ٤ ≥ ١٢

٤|٢س + ١| ≥ ٨	إضافة (−٤) إلى طرفي المتباينة
|٢س + ١| ≥ ٢	قسمة كل طرف على ٤
−٢ ≥ ٢س + ١ ≥ ٢	كتابة المتباينة المكافئة
−٣ ≥ ٢س ≥ ١	إضافة (−١)
$\frac{-٣}{٢} \geq س \geq \frac{١}{٢}$	القسمة على ٢

مجموعة الحل = $\left[-\frac{٣}{٢}، \frac{١}{٢}\right]$



3-

أوجد مجموعة حل المعادلة ٤|٢س + ٣| − ٥ = ١١

الحل: ٤|٢س + ٣| − ٥ = ١١

٤|٢س + ٣| = ١٦	إضافة ٥ إلى طرفي المعادلة
|٢س + ٣| = ٤	قسمة كل طرف على ٤

٢س + ٣ = ٤ أو ٢س + ٣ = −٤

٢س = ١	٢س = −٧
$س = \frac{١}{٢}$	$س = \frac{-٧}{٢}$
	إضافة −٣ إلى طرفي المعادلة
	قسمة كل طرف على ٢

مجموعة الحل = $\left\{\frac{١}{٢}، \frac{-٧}{٢}\right\}$

صفوة معلمي الكويت

4-

$$|س - ٥| = |س - ٧|$$

المساواه: $س - ٥ = س - ٧$ أو $س - ٥ = -س + ٧$

$س - س = ٥ - ٧$ $س + س = ٧ + ٥$

$٠ = -٢$ $س = ٦$

مرفوض

م.ح = {٦}

تربيع الطرفين:

$(س - ٥)^{٢} = (س - ٧)^{٢}$

$س^{٢} - ١٠ س + ٢٥ = س^{٢} - ١٤ س + ٤٩$

$-١٠ س + ١٤ س + ٢٥ - ٤٩ = ٠$

$٤س - ٢٤ = ٠$

$٤س = ٢٤$

$س = ٦$

صفوة معلمي الكويت

5-

أوجد مجموعة حل المعادلة: $|٢س + ٣| = ٣س - ٢$

الحل: $|٢س + ٣| = ٣س - ٢$

نعلم أن الطرف الأيمن للمعادلة غير سالب نتيجة وجود القيمة المطلقة، إذًا يجب أن يكون الطرف الأيسر للمعادلة غير سالب. لذلك نضيف الشرط:

$٣س - ٢ \geq ٠$ أي $س \geq \frac{٢}{٣}$ (تقبل كل قيم س أكبر من أو تساوي $\frac{٢}{٣}$)

أي أن مجموعة التعويض هي $\left[\frac{٢}{٣} ، \infty\right)$

		أو		
$٢س + ٣$	$= ٣س - ٢$		$٢س + ٣$	$= -٣س + ٢$
$٢س - ٣س$	$= -٢ - ٣$		$٢س + ٣س$	$= ٢ - ٣$
$-س$	$= -٥$		$٥س$	$= -١$
$س$	$= ٥$		$س$	$= \frac{-١}{٥}$

$\because ٥ \in \left[\frac{٢}{٣} ، \infty\right)$

$\therefore$ الحل $س = ٥$ مقبول

$\because -\frac{١}{٥} \notin \left[\frac{٢}{٣} ، \infty\right)$

$\therefore$ الحل $س = -\frac{١}{٥}$ مرفوض

مجموعة الحل $= \{٥\}$

صفوة معلمي الكويت

6-

إستخدم دالة المرجع و الانسحاب لرسم بيان الدالة : ص = | س − ٤ | + ٣

الإجابة

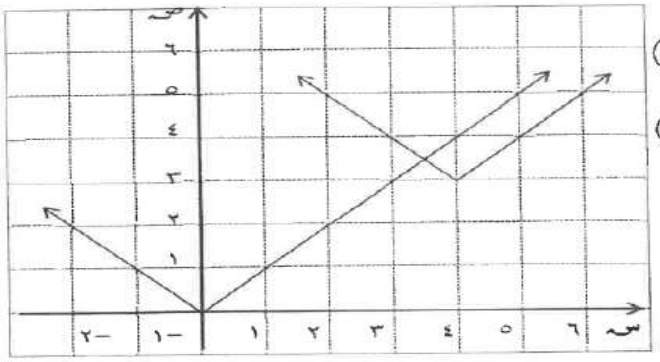
دالة المرجع ص = | س | ، ل = ٤ ، ك = ٣ (١)

(−٤) تعني الانسحاب ٤ وحدات جهة اليمين (١)

(٣) تعني الانسحاب ٣ وحدات الى الأعلى (١)

نضع الرأس (٤ ، ٣)

ثم نرسم بيان الدالة



7-

ص = − |س + ٣| − ٢

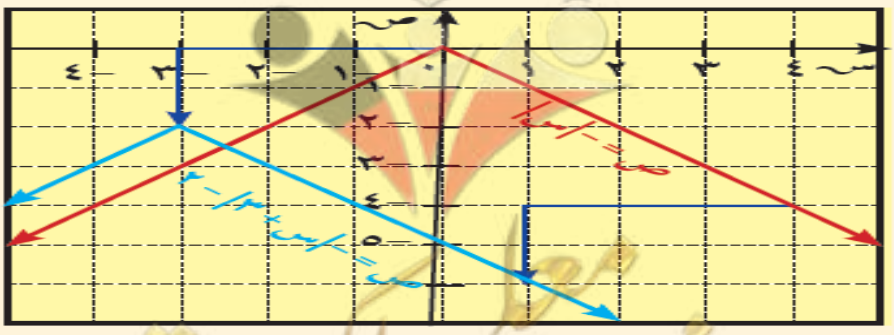
الحل:

دالة المرجع هي ص = − |س|، ل = ٣، ك = ٢

(+٣) تعني الانسحاب ٣ وحدات إلى جهة اليسار.

(−٢) تعني الانسحاب وحدتين إلى أسفل.

ضع الرأس (−٣، −٢) ثم ارسم بيانيًا الدالة.



8-

$$\left.\begin{array}{ll} ٢س + ص = ٦ & (١) \\ ٣س - ص = ٤ & (٢) \end{array}\right\}$$

بجمع المعادلتين (١) و(٢)

$$٢س + ٣س = ٦ + ٤$$

$$٥س = ١٠$$

$$\frac{١}{٥} \times ٥س = ١٠ \times \frac{١}{٥}$$

$$\therefore س = ٢$$

بالتعويض في(١)

$$٢ \times ٢ + ص = ٦$$

$$٤ + ص = ٦$$

$$ص = ٦ - ٤$$

$$\therefore ص = ٢$$

$$\therefore \text{مجموعة حل} = \{(٢ ، ٢)\}$$

صفوة معلمي الكويت

9-

أوجد مجموعة حل النظام مستخدما طريقة التعويض

س = ٢ ص + ٣

٥ ص ـ ٤ س = ٦

الحل :

٥ ص ـ ٤ (٢ ص + ٣) = ٦

٥ ص ـ ٨ ص ـ ١٢ = ٦

ـ ٣ ص = ٦ + ١٢

ـ ٣ ص = ١٨

ص = ـ ٦

بالتعويض في المعادلة الأولى :

س = ٢ (ـ ٦) + ٣

= ـ ١٢ + ٣

= ـ ٩

∴ م . ح = { (ـ ٩ ، ـ ٦) }

صفوة معلمي الكويت

10-

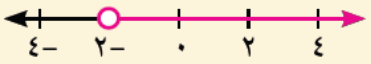
أوجد مجموعة حل المتباينة $\frac{س}{-٢} < ١$ ، ومثل الحلول بيانيًّا على خط الأعداد.

الحل: $\frac{س}{-٢} < ١$

$-٢ \times \left(\frac{س}{-٢}\right) > ١ \times (-٢)$ اضرب كلًّا من الطرفين في المعكوس الضربي (−٢) واعكس علاقة الترتيب

$س > -٢$ بسط

مثل بيانيًّا



مجموعة الحل = $(-٢، \infty)$

11-

أ) $٢ (٢ س - ٨) > ٤ س + ٢$

$٤ س - ١٦ > ٤ س + ٢$

$٤ س - ٤ س - ١٦ > ٤ س - ٤ س + ٢$

$٠ س - ١٦ + ١٦ > ٢ + ١٦$

$٠ س > ١٨$

ليس لها حل في ح

ب) $٣ س + ٧ > ٣ (س - ٣)$

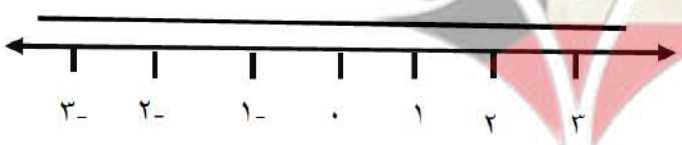
$٣ س + ٧ > ٣ س - ٩$

$٣ س - ٣ س + ٧ > -٩ - ٧$

$٠ س > -١٦$

مجموعة الحل

ح



12-

أوجد مجموعة حل المتباينة: $٢|٣م - ٤| - ١ > ٥$، ومثّل الحل على خط الأعداد.

الحل: $٢|٣م - ٤| - ١ > ٥$

$٢|٣م - ٤| > ٦$ إضافة ١ إلى طرفي المتباينة

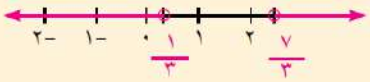
$|٣م - ٤| > ٣$ قسمة كل طرف على ٢

$٣م - ٤ > ٣$ أو $٣م - ٤ < -٣$ كتابة المتباينة المكافئة

$٣م > ٧$ | $٣م > ١$ بسّط

$م > \frac{٧}{٣}$ | $م > \frac{١}{٣}$ قسمة كل طرف على ٣

مجموعة الحل $= (\frac{٧}{٣}، \infty) \cup (-\infty، \frac{١}{٣})$



13-

استخدم طريقة الحذف لإيجاد مجموعة حل النظام $\begin{cases} ٢س + ٣ص = ٣ \\ ٣س - ٥ص = ١٤ \end{cases}$

الحل: $٢س + ٣ص = ٣$ ①

$٣س - ٥ص = ١٤$ ②

$٢س + ٣ص = ٣$ ... اضرب المعادلة ① في ٥ ← $١٠س + ١٥ص = ١٥$

$٣س - ٥ص = ١٤$ ... اضرب المعادلة ② في ٣ ← $٩س - ١٥ص = ٤٢$

اجمع

$١٩س = ٥٧$

$س = ٣$

اختر إحدى المعادلتين

عوّض عن س بـ ٣ في المعادلة ①

$٢س + ٣ص = ٣$

$٢(٣) + ٣ص = ٣$

$٦ + ٣ص = ٣$

$٣ص = -٣$

$ص = -١$

مجموعة الحل $= \{(٣، -١)\}$

صفوة معلمي الكويت

14-

إذا كانت الاعداد : ١ ، ٣ ، س ـ ٢ ، ٣٠ ، في تناسب
أوجد قيمة س

الحل :

$$\frac{١}{٣} = \frac{س - ٢}{٣٠}$$

$$٣ (س - ٢) = ١ \times ٣٠$$

$$٣ س - ٦ = ٣٠$$

$$٣ س = ٣٠ + ٦$$

$$٣ س = ٣٦$$

$$س = \frac{٣٦}{٣}$$

$$س = ١٢$$

15-

إذا كانت الأعداد : ٤ ، س ـ ٢ ، ١ ، $\frac{١}{٢}$
في تناسب متسلسل أوجد قيمة س .

الحل : ∵ الأعداد في تناسب متسلسل

$$\therefore \frac{٤}{س - ٢} = \frac{س - ٢}{١} = \frac{١}{\frac{١}{٢}}$$

$$\therefore \frac{٤}{س - ٢} = \frac{٢}{١}$$

$$٢ (س - ٢) = ٤$$

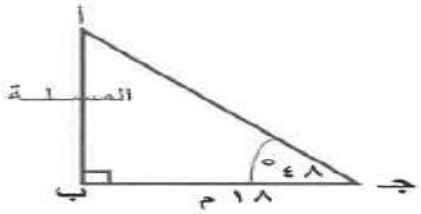
$$س = ٤$$

صفوة معلمي الكويت

16-

لقياس طول احدى المسلات قام مرشد سياحي برصد قمة المسلة من خلال جهاز للرصد . فوجد أن قياس زاوية الارتفاع ٤٨° .إذا كان الجهاز يبعد عن قاعدة المسلة مسافة ١٨م . فاحسب ارتفاع المسلة.

الحل:



باعتبار أن $\overline{أ ب}$ هو ارتفاع المسلة

$\overline{ب جـ}$ هو بعد الجهاز عن القاعدة المسلة

$$ظا ٤٨° = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$$

$$ظا ٤٨° = \frac{أ ب}{١٨}$$

$$أ ب = ١٨ \times ظا ٤٨°$$

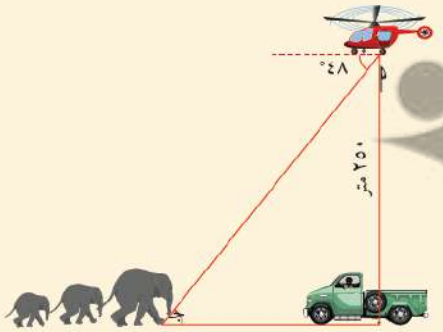
$$أ ب \approx ٢٠ م$$

∴ ارتفاع المسلة يساوي ٢٠ م تقريبا

17-

تحلق مروحية فوق محمية طبيعية على ارتفاع ٢٥٠ مترًا وتواكبها على الأرض سيارة حرس المحمية. شاهد ربان المروحية قطيعًا من الفيلة بزاوية انخفاض قياسها ٤٨°. ما المسافة بين المروحية والقطيع في تلك اللحظة علمًا بأن السيارة مباشرة تحت المروحية؟

الحل:



لتكن أ موقع المروحية، ب موقع السيارة، جـ موقع القطيع.

$$جا جـ = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$$

$$جا ٤٨° = \frac{٢٥٠}{أ جـ}$$

$$أ جـ = \frac{٢٥٠}{جا ٤٨°}$$

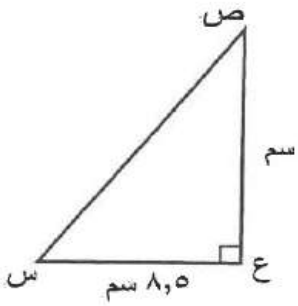
$$أ جـ \simeq ٣٣٦,٤ \text{ مترًا}$$

يبعد قطيع الفيلة حوالى ٣٣٦ مترًا عن المروحية.

صفوة معلمي الكويت

18-

حل المثلث س ص ع قائم الزاوية في ع حيث س ع = ٨,٥ سم ، ص ع = ١٤,٥ سم



الحل:

$(\text{س ص})^{٢} = (\text{س ع})^{٢} + (\text{ع ص})^{٢}$

$(\text{س ص})^{٢} = (٨,٥)^{٢} + (١٤,٥)^{٢}$

$(\text{س ص})^{٢} = ٢٨٢,٥$

$\text{س ص} = \sqrt{٢٨٢,٥} \simeq ١٦,٨$ سم

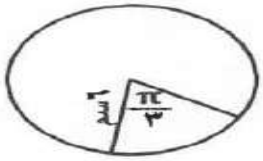
$\text{ظا س} = \frac{\text{ع ص}}{\text{س ع}} \simeq \frac{١٤,٥}{٨,٥}$

$\text{ق}(\hat{\text{س}}) \simeq ٥٩,٦٢°$

$\text{ق}(\hat{\text{ص}}) = ١٨٠° - (٩٠° + ٥٩,٦٢°) \simeq ٣٠,٣٨°$

19-

من الشكل المقابل :أوجد مساحة القطاع الدائري الأصغر الذي طول نصف قطردائرته ٦ سم وزاويته المركزية $\frac{\pi}{٣}$



الحل :

مساحة القطاع الدائري $= \frac{١}{٢}$ هـ٢ نو^{٢}

$= \frac{١}{٢} \times \frac{\pi}{٣} \times (٦)^{٢}$

$= ٦\ \pi$

$\simeq ١٨,٨٥$ سم^{٢}

صفوة معلمي الكويت

20-

احسب مساحة قطعة دائرية زاويتها المركزية ٦٠° وطول نصف قطر دائرتها ١٠ سم .

الإجابة

$هـ = ٦٠° \times \frac{\pi}{١٨٠°}$

$هـ = \frac{\pi}{٣} \approx ١,٠٤٧٢$

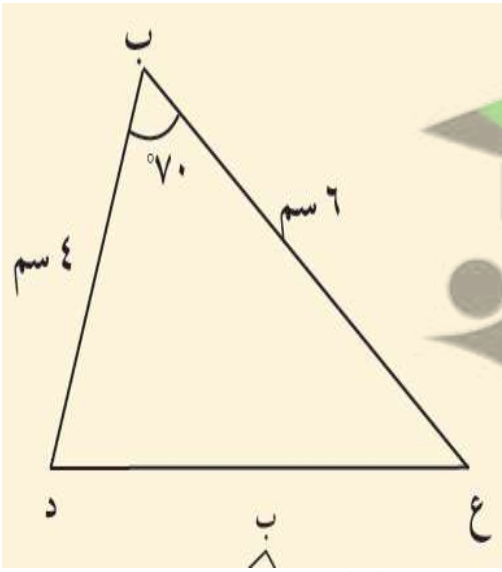
$م = \frac{١}{٢} \times نق^{٢} \times (هـ^{ك} - جاهـ)$

$م = \frac{١}{٢} \times (١٠)^{٢} \times (١,٠٤٧٢ - جا ٦٠°)$

$م = \frac{١}{٢} \times ١٠٠ \times [١,٠٤٧٢ - ٠,٨٦٦٠]$

م = ٩,٠٦ سم^{٢}

21-



ب ع د مثلث فيه ب ع = ٦ سم، ب د = ٤ سم، ق(ب̂) = ٧٠°
أوجد مساحة هذا المثلث.

الحل:

مساحة المثلث ب ع د = $\frac{١}{٢}$ ب ع × ب د × جا(ب̂)

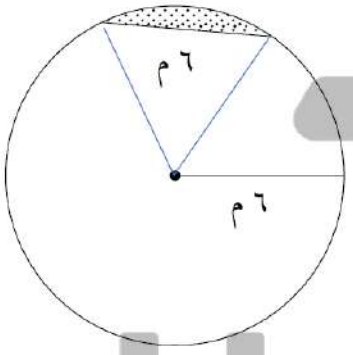
= $\frac{١}{٢} \times ٦ \times ٤ \times$ جا(٧٠°) ≃ ١١,٢٧٦

مساحة المثلث ب ع د هي حوالى ١١,٢٧٦ سم^{٢}.

صفوة تعلمي الكويت

22-

حوض زهور دائري نصف قطره ٦ متر , فيه وتر طوله ٦ متر ,احسب مساحة القطعة الدائرية الصغرى



مساحة القطعة الدائرية $= \frac{1}{2}$ نق^2 (هـ$_د$ − جا هـ$_د$)

جا ٦٠° $= \frac{\sqrt{3}}{2}$

هـ$_د$ $= ٦٠ \times \frac{\pi}{١٨٠} = \frac{\pi}{3}$

مساحة القطعة الدائرية $= \frac{1}{2} \times ٦^2 \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\pi}{3} \right)$

$\approx$ ٣,٢٦ م^2

23-

أثبت أن ٤ ، ١,٥ ، ٨ ، ٣ أعداد متناسبة.

الحل:

تكون الأعداد ٤، ١,٥، ٨، ٣ أعدادًا متناسبة عندما تتساوى النسبتان $\frac{٤}{١,٥}$ ، $\frac{٨}{٣}$

وحيث أن $\frac{٤}{١,٥} = \frac{٤٠}{١٥} = \frac{٨}{٣}$

أي أن $\frac{٤}{١,٥} = \frac{٨}{٣}$

∴ الأعداد متناسبة.

24-

إذا كانت أ، ب، جـ أعدادًا متناسبة مع الأعداد ٢، ٥، ٧. فأوجد القيمة العددية للمقدار $\frac{أ + ٣ب}{٢ب + جـ}$.

معلومة رياضية:
إذا كانت أ، ب، جـ أعدادًا متناسبة مع الأعداد د، هـ، و، فإن:
$\frac{أ}{د} = \frac{ب}{هـ} = \frac{جـ}{و} = م$
حيث م عدد ثابت

الحل:

∵ أ، ب، جـ متناسبة مع ٢، ٥، ٧

∴ $\frac{أ}{٢} = \frac{ب}{٥} = \frac{جـ}{٧} = م$ حيث م عدد ثابت

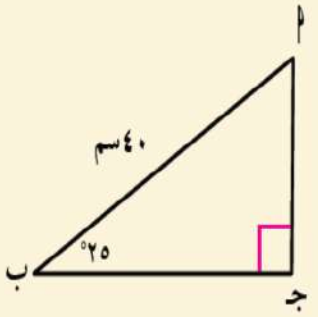
∴ أ = ٢م، ب = ٥م، جـ = ٧م

∴ المقدار $\frac{أ + ٣ب}{٢ب + جـ} = \frac{٢م + ٣(٥م)}{٢(٥م) + ٧م} = \frac{١٧م}{١٧م} = ١$

25

حلّ المثلث أ ب جـ القائم في (جـ) إذا علم أن: أ ب = ٤٠ سم، ق(ب) = ٢٥°

الحل:



ق(أ) = ٩٠° − ٢٥° = ٦٥°

جتا(ب) = $\frac{ب\,جـ}{أ\,ب}$، جتا (٢٥°) = $\frac{ب\,جـ}{٤٠}$

ب جـ = ٤٠ × جتا(٢٥°) ≃ ٣٦,٢٥ سم

جا ب = $\frac{أ\,جـ}{أ\,ب}$، جا (٢٥°) = $\frac{أ\,جـ}{٤٠}$

أ جـ = ٤٠ جا (٢٥°) ≃ ١٧ سم

صفوة معلمي الكويت

26

حدد نوع جذري المعادلة : $٢س^{٢} - ٩س - ٥ = ٠$

ثم أوجد مجموعة حل المعادلة باستخدام القانون

الحل :

$أ = ٢ ، ب = -٩ ، جـ = -٥$

$\Delta = ب^{٢} - ٤ أ جـ$

$= ٨١ - ٤ \times ٢ \times -٥$

$= ١٢١ > ٠$

∴ للمعادلة جذران حقيقيان مختلفان.

$$س = \frac{-ب \pm \sqrt{\Delta}}{٢أ}$$

$$= \frac{٩ \pm \sqrt{١٢١}}{٤} = \frac{٩ \pm ١١}{٤}$$

$$س = \frac{٩ + ١١}{٤} \quad أو \quad س = \frac{٩ - ١١}{٤}$$

$$س = ٥ \quad أو \quad س = \frac{-١٠}{٢}$$

∴ م . ح $= \{ ٥ ، \frac{-١٠}{٢} \}$

27

أوجد معادلة تربيعية جذراها ٣، ٥ .

الحل:

بما أن الجذرين هما: ٣، ٥ .

∴ المعادلة التربيعية على الصورة: $س^{٢}$ – (مجموع الجذرين) س + (ناتج ضرب الجذرين) = ٠

أي $س^{٢}$ – ٨س + ١٥ = ٠

أو حلّ آخر: المعادلة على الصورة: (س – ٣)(س – ٥) = ٠

أي $س^{٢}$ – ٨س + ١٥ = ٠

صفوة تعليم الكويت

28

بدون حل المعادلة، أوجد مجموع وناتج ضرب جذري المعادلة: $٣س^{٢} + ٢س - ٣ = ٠$ إذا وجدا.

الحل: $أ = ٣، ب = ٢، جـ = -٣$

$\Delta = ب^{٢} - ٤أجـ = ٤٠ > ٠$

لمّا كان المميز موجبًا إذًا يوجد جذران حقيقيان مختلفان.

مجموع الجذرين: $م + ن = -\frac{ب}{أ} = -\frac{٢}{٣}$

ناتج ضرب الجذرين: $م ن = \frac{جـ}{أ} = \frac{-٣}{٣} = -١$

ويمكن التحقق من صحة النتائج بحل المعادلة.

29

أوجد مجموعة حلّ المعادلة: $س^{٢} + ١٠س = -١٦$ بإكمال المربع.

الحل:

نكمل $س^{٢} + ١٠س$ لتصبح مربعًا كاملًا،

لإكمال المربع نضيف إلى الطرفين $(\frac{١}{٢}$ معامل س$)^{٢}$

بإضافة ٢٥ إلى طرفي المعادلة نجد أن:

$س^{٢} + ١٠س + ٢٥ = -١٦ + ٢٥$

$(س + ٥)^{٢} = ٢٥ - ١٦$

$(س + ٥)^{٢} = ٩$

$س + ٥ = \pm ٣$

$س = -٥ \pm ٣$ أي $س = -٢$ أو $س = -٨$ مجموعة الحل: $\{-٢، -٨\}$.

صفوة معلمي الكويت

30

احسب قياس الزاوية الحادة الموجبة θ التي يصنعها المستقيم ص = ٣س + ٢ مع الاتجاه الموجب لمحور السينات.

إذا كانت معادلة المستقيم: ص = م س + ب فإن ميل المستقيم = م.

ويكون ظاθ = ميل المستقيم = $\frac{\text{التغير الرأسي}}{\text{التغير الأفقي}}$

ظا$\hat{أ}$ = $\frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$ = $\frac{٣}{١}$ = ٣

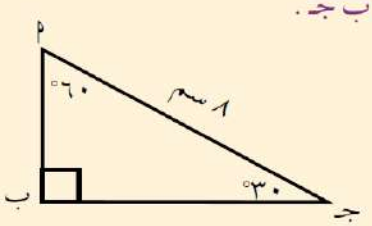
Shift | TAN | 3 | =

يظهر 71.565051 | °,,, | يظهر 71° 33′ 54.18″

ق($\hat{أ}$) ≃ ٧١° ٣٣′ ٥٤″

31

أب جـ مثلث ثلاثيني ستيني. طول الوتر = ٨ سم. أوجد طول كل من الضلعين $\overline{أب}$، $\overline{ب جـ}$.



الحل:

في Δأب جـ، جاجـ = جا٣٠° = $\frac{\text{أب}}{\text{أجـ}}$

$\frac{\text{أب}}{٨}$ = $\frac{١}{٢}$

أب = ٤

جتاجـ = جتا(٣٠°) = $\frac{\text{ب جـ}}{\text{أجـ}}$

$\frac{\text{ب جـ}}{٨}$ = $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$

ب جـ = ٤$\sqrt{٣}$

طول الضلع $\overline{أب}$ = ٤ سم وطول الضلع $\overline{ب جـ}$ = ٤$\sqrt{٣}$ ≃ ٦,٩ سم.

صفوة معلمي الكويت

32

في تغير عكسي ص $\propto \frac{1}{س}$ إذا كانت ص = ٠,٢ عندما س = ٧٥

أوجد س عندما ص = ٣

الحل:

$\because$ ص $\propto \frac{1}{س}$

$\therefore$ ص × س = ك

$\therefore$ ك = ٠,٢ × ٧٥

ك = ١٥

$\therefore$ ص × س = ١٥

$\therefore$ عندما ص = ٣

٣ × س = ١٥

$\therefore$ س = ٥

صفوة معلمي الكويت

33

إذا كانت ص $\propto$ س وكانت ص = ٣٠ عندما س = ١٠، فأوجد قيمة ص عندما س = ٤٠، ثم مثل العلاقة بين س، ص بيانيًا.

الحل: ∵ ص $\propto$ س

∴ ص = ك س ك ثابت التغير

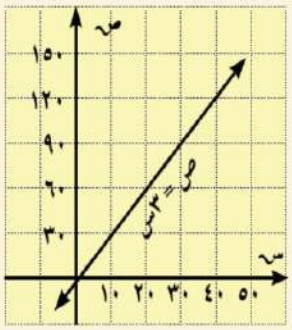
∴ ٣٠ = ك × ١٠

ك = ٣

∴ ص = ٣ س

عندما س = ٤٠ تكون ص = ٣ × ٤٠ = ١٢٠

س	٠	١٠	٤٠
ص = ٣س	٠	٣٠	١٢٠



34

أي من المعادلتين التاليتين تمثّل تغيّرًا طرديًّا؟ أوجد ثابت التغيّر في حالة التغيّر الطرديّ.

أ) ٥س − ٣ص = ٣س + ٥ص

ب) ٥س + ٢ص = ٩

الحل:

أ) ٥س − ٣ص = ٣س + ٥ص

٨ص = ٢س

ص = $\frac{٢}{٨}$ س = $\frac{١}{٤}$ س على الصورة ص = ك س

هذه المعادلة تمثل تغيّرًا طرديًّا،

حيث ثابت التغيّر = $\frac{١}{٤}$

ب) ٥س + ٢ص = ٩

٢ص = −٥س + ٩

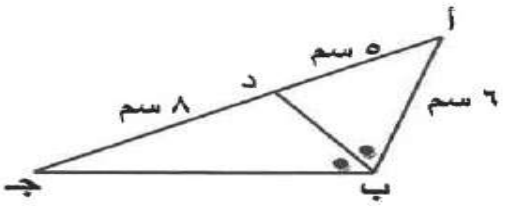
ص = $-\frac{٥}{٢}$ س + $\frac{٩}{٢}$ وهذه ليست على الصورة ص = ك س

إذًا هذه المعادلة لا تمثّل تغيّرًا طرديًّا.

صفوة معلمي الكويت

35

في الشكل المقابل : $\overline{ب د}$ ينصف (أ $\hat{ب}$ جـ) ، أ ب = ٦ سم ، أ د = ٥ سم ،
د جـ = ٨ سم . أوجد جـ ب



الحل:

في المثلث أ جـ ب ، $\overline{ب د}$ منصف (أ $\hat{ب}$ جـ)

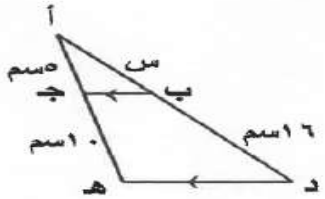
$$\therefore \frac{\text{جـ د}}{\text{د أ}} = \frac{\text{جـ ب}}{\text{ب أ}}$$

$$\frac{\text{جـ ب}}{٦} = \frac{٨}{٥}$$

$$\text{ب جـ} = \frac{٦ \times ٨}{٥} = ٩,٦ \text{ سم}$$

36

في الشكل المقابل : $\overline{ب جـ}$ // $\overline{د هـ}$ ، أ جـ = ٥سم ، جـ هـ = ١٠ سم ،
ب د = ١٦ سم ، أوجد قيمة س



الحل :

∵ $\overline{ب جـ}$ // $\overline{د هـ}$ وباستخدام نظرية المستقيم الموازي

$$\frac{٥}{١٠} = \frac{\text{س}}{١٦}$$

$$١٠ \text{ س} = ٥ \times ١٦$$

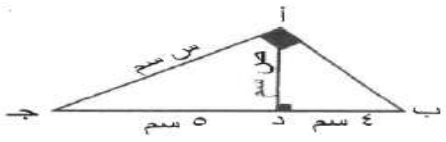
$$\text{س} = \frac{٥ \times ١٦}{١٠}$$

$$\text{س} = ٨ \text{ سم}$$

صفوة تعليمي الكويت

37

أوجد س ، ص بحسب المعطيات في الشكل المجاور



∵ المثلث أ ب جـ قائم الزاوية أ ← ①

∵ $\overline{أ د} \perp \overline{ب جـ}$ ← ②

من ١) ، ٢)

∴ $(أ جـ)^2 = جـ د \times جـ ب$

∴ $س^2 = ٥ \times (٥ + ٤)$

$س^2 = ٥ \times ٩ = ٤٥$

∴ $س = \sqrt{٤٥}$

∴ $س = ٣\sqrt{٥}$

أيضاً $(أ د)^2 = جـ د \times ب د$

$ص^2 = ٥ \times ٤ = ٢$

∴ $ص = \sqrt{٢٠}$

38

الحل :

المثلثان أ ب جـ ، جـ هـ ء فيهما

$\frac{أ ب}{هـ جـ} = \frac{٣}{٦} = \frac{١}{٢}$

$\frac{ب جـ}{هـ ء} = \frac{٤}{٨} = \frac{١}{٢}$

$\frac{أ جـ}{ء جـ} = \frac{٥}{١٠} = \frac{١}{٢}$

نجد أن $\frac{أ ب}{هـ جـ} = \frac{ب جـ}{ء هـ} = \frac{أ جـ}{ء جـ} = \frac{١}{٢}$

∴ يتشابه المثلثان أ ب جـ ، جـ هـ ء

وينتج أن :

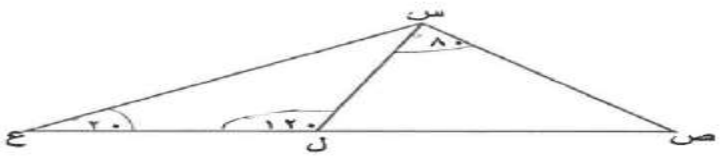
$ق(\hat{ب}) = ق(\hat{هـ}) = ٩٠°$

$س = ٩٠°$

صفوة معلمي الكويت

39

حسب المعلومات الموضحة بالشكل ادناه
اثبت أن المثلثين ع س ل ، ع ص س متشابهان



الحل:

ق (س $\hat{ع}$ ل) = ق (س $\hat{ع}$ ص) = ٢٠° (زاوية مشتركة) ...(١)

ق (ع $\hat{س}$ ل) = ١٨٠° - (١٢٠° + ٢٠°) = ٤٠°

(مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلة يساوي ١٨٠°)

∴ ق (ع $\hat{س}$ ص) = ٨٠° + ٤٠° = ١٢٠°

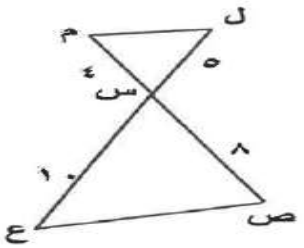
∴ ق (ص $\hat{س}$ ع) = ق (س $\hat{ل}$ ع) = ١٢٠° ..... (٢)

من (١) ، (٢)

∴ △ ع س ل ، △ ع ص س متشابهان (تطابق زاويتين قيهما)

40

في الشكل المقابل : $\overline{ل ع} \cap \overline{م ص} = \{ س \}$ ،
أثبت أن المثلثين س ل م ، س ع ص متشابهان



الحل :

ق (ل $\hat{س}$ م) = ق (ع $\hat{س}$ ص) السبب تقابل بالرأس (١)

$$\frac{ل س}{س ع} = \frac{٥}{١٠} = \frac{١}{٢}$$

$$\frac{م س}{س ص} = \frac{٤}{٨} = \frac{١}{٢}$$

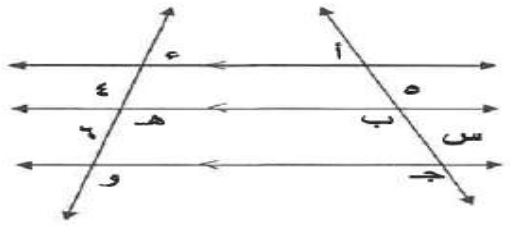
∴ $\frac{ل س}{س ع} = \frac{م س}{س ص}$ (٢)

من (١) و (٢) نستنتج أن المثلثين س ل م ، س ع ص متشابهان

صفوة علمي الكويت

41

من الشكل المقابل أوجد س ؟



الإجابة

بما أن المستقيمين يقطعان ثلاثة مستقيمات متوازية و باستخدام نظرية طاليس

$$\frac{\text{أ ب}}{\text{ب جـ}} = \frac{\text{ء هـ}}{\text{هـ و}}$$

باستخدام الضرب التقاطعي

$$\frac{٥}{\text{س}} = \frac{٤}{٦}$$

$$٤\text{س} = ٣٠$$

$$\text{س} = ٧,٥$$

42

قطعة نقدية ورقية مستطيلة الشكل أبعادها ٥ , ١٠ سم، ٥ , ٦ سم.
هل نسبة طولها إلى عرضها تساوي النسبة الذهبية؟

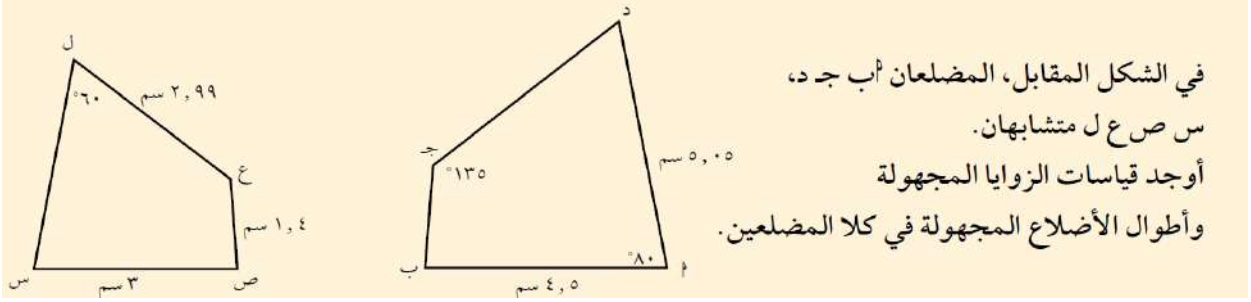
كلا، نسبة الطول إلى العرض تساوي حوالي

$$١,٦١٥ \neq ١,٦١٨$$

صفوة معلمي الكويت

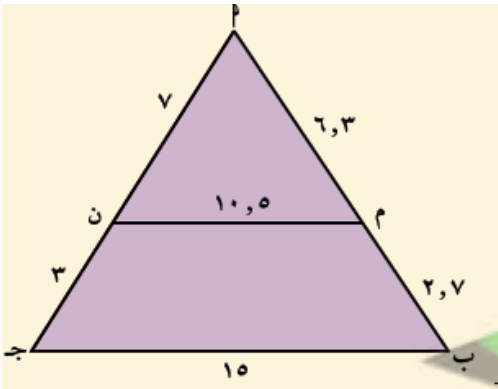
43

في الشكل المقابل، المضلعان أ ب جـ د،
س ص ع ل متشابهان.
أوجد قياسات الزوايا المجهولة
وأطوال الأضلاع المجهولة في كلا المضلعين.



ق(ب) = ٨٥°، ق(د) = ٦٠°، ق(ص) = ٨٥°
ق(س) = ٨٠°، ق(ع) = ١٣٥°.
ب جـ = ٢,١ سم، جـ د = ٤,٨٥ سم،
س ل = ٣,٣٦ سم

44



في الشكل المرسوم،
أولًا: أثبت أن:
أ Δأ ب جـ ~ Δأ م ن. ب ب جـ // م ن.
ثانيًا: أوجد النسبة بين محيطي المثلثين. ماذا تلاحظ؟
المعطيات:
أم = ٦,٣ ، أن = ٧، م ن = ٥,١٠، م ب = ٢,٧، ن جـ = ٣، ب جـ = ١٥
أولًا: المطلوب: أ إثبات تشابه المثلثين أ ب جـ، أ م ن. ب ب جـ // م ن.
البرهان: أ $\frac{أم}{أب} = \frac{٦,٣}{٦,٣ + ٢,٧} = \frac{٦,٣}{٩} = ٠,٧$
أوجد: $\frac{أن}{أجـ} = ...$ ، $\frac{م ن}{ب جـ} = ...$. ماذا تلاحظ؟
استخدم نظرية (٢) . Δأ م ن ~ Δأ ب جـ وهو المطلوب (أ).
ب من تشابه المثلثين: ق(أ م̂ ن) = ق(أ ب̂ جـ) وهما في وضع تناظر.
∴ ب جـ // م ن.

معلومة:
في أي شكلين متشابهين:
النسبة بين المحيطين = نسبة التشابه
النسبة بين المساحتين = مربع نسبة التشابه
نسبة التشابه بين محيطي دائرتين تساوي
النسبة بين طولي نصفي قطري الدائرتين.

ثانيًا: المطلوب: إيجاد النسبة بين محيطي المثلثين أ ب جـ، أ م ن.
البرهان: $\frac{\text{محيط } Δأم ن}{\text{محيط } Δأب جـ} = \frac{٢٣,٨}{٣٤} = ٠,٧$
نلاحظ أن النسبة بين محيطي المثلثين تساوي نسبة التشابه.

45

أدخل ٥ أوساط حسابية بين ٢٣، ٦٥.

الحل:

(٢٣، ■، ■، ■، ■، ■، ٦٥).

ح١ = ٢٣، عدد الحدود: ٥ + ٢ = ٧، ح٧ = ٦٥.

إذًا ح٧ = ح١ + ٦ء

٦٥ = ٢٣ + ٦ء

٤٢ = ٦ء

ء = ٧

الأوساط الحسابية هي ٣٠، ٣٧، ٤٤، ٥١، ٥٨.

46

في المتتالية الحسابية (٣ ، ٥ ، ٧ ، ....) أوجد ما يلي :

(١) الحد العشرون

(٢) مجموع الحدود العشرين الأولى منها

الإجابة

ح ن = ح١ + (ن − ١) ء

ح ٢٠ = ٣ + ١٩ × ٢

= ٤١

جـ ن = $\frac{ن}{٢}$ [ح١ + ح ن]

جـ ٢٠ = $\frac{٢٠}{٢}$ [٣ + ٤١]

جـ ٢٠ = ٤٤٠

صفوة معلمي الكويت

47

أوجد مجموع خمسة وعشرون حدا الأولى من المتتالية الحسابية
التي حدها الأول -٧ وأساسها ٤

الحل :

$ح_{١} = -٧ \ ، \ د = ٤ \ ، \ ن = ٢٥$

$جـ_{ن} = \frac{ن}{٢} (٢ ح_{١} + (ن - ١) د)$

$جـ_{ن} = \frac{٢٥}{٢} (٢ \times (-٧) + ٢٤ \times ٤)$

$جـ_{ن} = \frac{٢٥}{٢} (٨٢) = ١٠٢٥$

48

في المتتالية $(ح_{ن})$ حيث $ح_{ن} = ٧ن - ٣$ لكل $ن \in ص_{+}$ ، أثبت أن المتتالية حسابية.

الحل:

$ح_{ن} = ٧ن - ٣$

$ح_{ن+١} = ٧(ن + ١) - ٣ = ٧ن + ٤$

$ح_{ن+١} - ح_{ن} = (٧ن + ٤) - (٧ن - ٣) = ٧$

= مقدارًا ثابتًا

∴ المتتالية $(ح_{ن})$ حيث $ح_{ن} = ٧ن - ٣$ متتالية حسابية.

صفوة معلمي الكويت

49

إذا كان الحد الخامس من متتالية حسابية يساوي ٩ والحد الثامن يساوي ١٥، فأوجد أساس المتتالية.

الطريقة الأولى

$ح_ن = ح_1 + (ن - 1)ء$

$ح_٥ = ح_1 + ٤ء$

$\therefore ح_1 + ٤ء = ٩ \quad (١)$

$ح_٨ = ح_1 + ٧ء$

$\therefore ح_1 + ٧ء = ١٥ \quad (٢)$

بطرح (١) من (٢)

$\therefore ٣ء = ٦$

$\therefore ء = ٢$

الطريقة الثانية

$ح_ن = ح_ك + (ن - ك)ء$

$ح_٥ = ٩ ، ح_٨ = ١٥$

$ح_٨ - ح_٥ = (٨ - ٥) \times ء$

$٣ء = ٩ - ١٥$

$\therefore ٣ء = ٦$

$\therefore ء = ٢$

إذًا، أساس المتتالية الحسابية هو ٢.

50

متتالية هندسية حدها الأول ٤ وحدها السادس ١٢٨. اكتب المتتالية الهندسية مكتفيًا بالحدود الأربعة الأولى منها.

الحل:

الحد الأول: $ح_1 = ٤$ ، الحد السادس: $ح_٦ = ١٢٨$

نعلم أن $ح_ن = ح_1 \times ر^{ن-١}$

$ح_٦ = ح_1 \times ر^٥$

$١٢٨ = ٤ \times ر^٥$

$ر^٥ = ٣٢$ $\quad \therefore ر = ٢$

$\therefore$ الحدود الأربعة الأولى هي: ٤، ٨، ١٦، ٣٢.

المتتالية هي: (٤، ٨، ١٦، ٣٢، ...)

صفوة معلمي الكويت

51

أوجد مجموع الثمانية حدود الأولى من المتتالية الهندسية التي حدها الأول ٣ وأساسها ٣ .

الحل:

$ح_{١} = ٣$ ، $ر = ٣$

$ن = ٨$

$$جـ_{ن} = ح_{١} \times \frac{ر^{ن} - ١}{ر - ١}$$

$$جـ_{٨} = ٣ \times \frac{٣^{٨} - ١}{٣ - ١}$$

$$جـ_{٨} = ٣ \times ٣٢٨٠$$

$$= ٩٨٤٠$$

52

أوجد وسطًا هندسيًا بين العددين $\frac{١}{٣}$ ، ٢٧ .

الحل:

الوسط الهندسي: $\sqrt{\frac{١}{٣} \times ٢٧} = \sqrt{٩} = ٣$

أو الوسط الهندسي: $-\sqrt{\frac{١}{٣} \times ٢٧} = -\sqrt{٩} = -٣$

القانون : $ب = \pm\sqrt{أ جـ}$

53

أدخل خمسة أوساط هندسيّة موجبة بين العددين ٥١٢ ، ٨.

الحل: (٥١٢، ▬ ، ▬ ، ▬ ، ▬ ، ٨).

عدد حدود المتتالية الهندسية = عدد الأوساط + ٢.

ن = ٥ + ٢ = ٧

$ح_{١} = ٥١٢$

$ح_{ن} = ٨$ أي أن $ح_{٧} = ٨$

$\therefore ح_{ن} = ح_{١} \times ر^{ن-١}$

$\therefore ٨ = ٥١٢ \times ر^{٦}$

$ر^{٦} = \frac{٨}{٥١٢} = \frac{١}{٦٤} = (\frac{١}{٢})^{٦}$

$ر = \frac{١}{٢}$ أو $ر = -\frac{١}{٢}$ مرفوضة لأن الأوساط موجبة.

الأوساط هي: ٢٥٦، ١٢٨، ٦٤، ٣٢، ١٦.

54

الحد الأول من متتالية هندسية يساوي ٨ والحد الثالث منها يساوي $\frac{٨}{٩}$. أوجد مجموع الحدود الستة الأولى منها.

الحل: ∵ المتتالية هندسية

$\therefore ح_{٣} = ح_{١} \times ر^{٢}$

$\frac{٨}{٩} = ٨ \times ر^{٢}$

$ر^{٢} = \frac{١}{٩}$

$ر = \frac{١}{٣}$ أو $ر = -\frac{١}{٣}$.

إذا كانت $ر = \frac{١}{٣}$

$جـ_{٦} = \frac{١ - (\frac{١}{٣})^{٦}}{١ - \frac{١}{٣}} \times ٨$

$= \frac{١ - (\frac{١}{٣})^{٦}}{\frac{٢}{٣}} \times ٨$

$= \frac{٢٩١٢}{٢٤٣} \simeq ١١,٩٨$

إذا كانت $ر = -\frac{١}{٣}$

$جـ_{٦} = \frac{١ - (-\frac{١}{٣})^{٦}}{١ - (-\frac{١}{٣})} \times ٨$

$= \frac{١ - (-\frac{١}{٣})^{٦}}{\frac{٤}{٣}} \times ٨$

$= \frac{١٤٥٦}{٢٤٣} \simeq ٥,٩٩٢$

صفوة معلمي الكويت