# نماذج أجابة أسئله أمتحان تقييمى ثانى

## 2022 / 2023 فصل أول

## عمل / أ . أحمد نصار

**(1)**

إذا كانت: $y = u^3 - 3u + 1 \ , \ u = 5x^2 + 2$

فأوجد: $\frac{dy}{dx}$ باستخدام قاعدة التسلسل

الحل:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx}$$

مشتقة بدلالة $u$: $\frac{dy}{du} = 3u^2 - 3$

مشتقة بدلالة $x$: $\frac{du}{dx} = 10x$

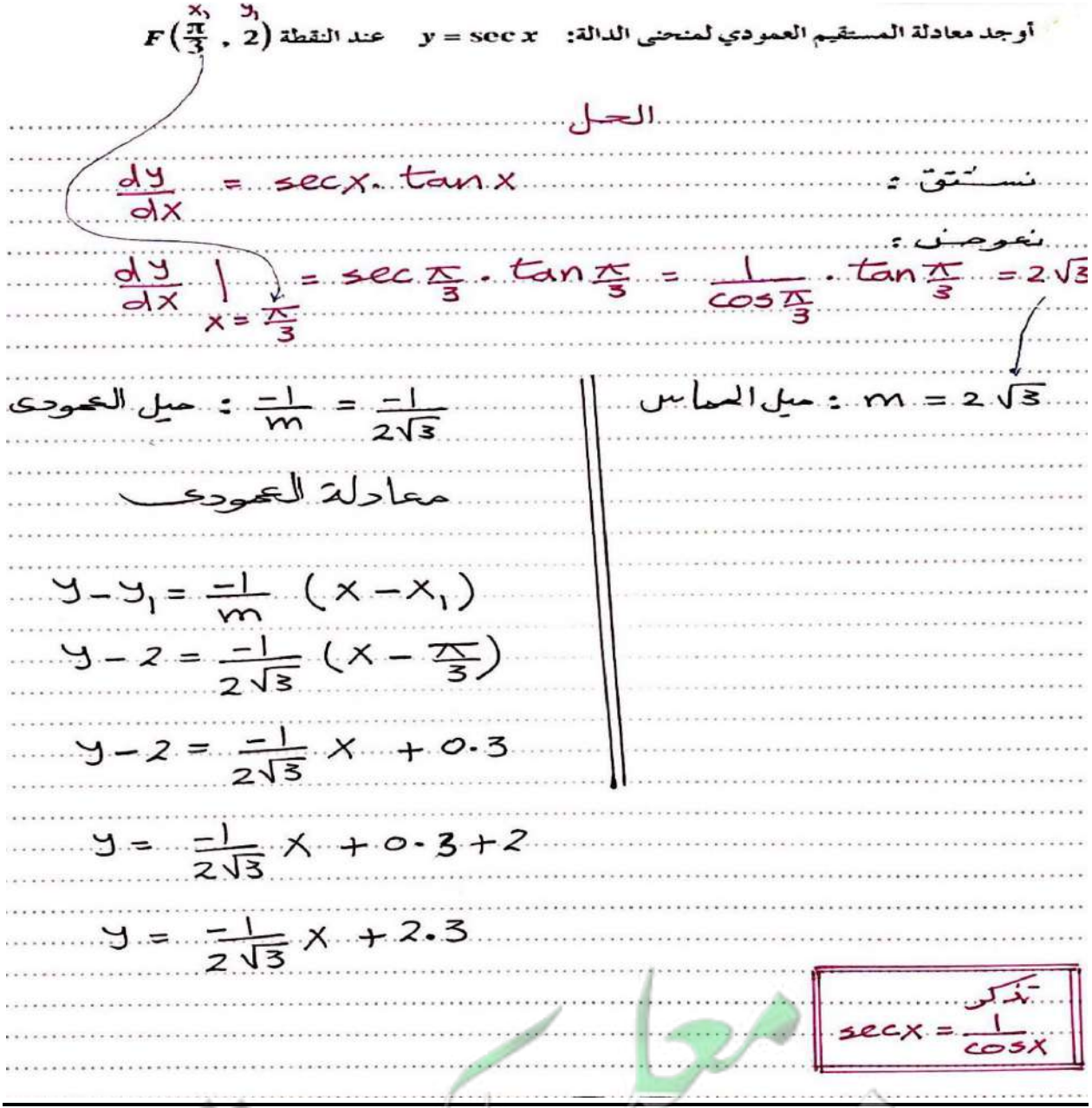
قاعدة التسلسل: $\frac{dy}{dx} = (3u^2 - 3) \times (10x)$

تعويض: $\frac{dy}{dx} = (3(5x^2 + 2)^2 - 3) \times (10x)$

$$= 750x^5 + 600x^3 + 90x$$

معلمي الكويت صفوة
KuwaitTeacher.Com

**(2)**




معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

## (3)

الحل

$x^2+1$ | $4x-3$ على $-\infty$ ، $2$ ، $\infty$

1) مجال f : $D_f = (-\infty, 2] \cup (2, \infty) = \mathbb{R}$

2) الاستقاق :

$$f'(x) = \begin{cases} 2x & : x < 2 \\ \text{تجيث} & : x = 2 \\ 4 & : x > 2 \end{cases}$$

3)

$$f(2) = (2)^2 + 1 = 5$$

اليسار :

$$f'_-(2) = \lim_{x \to 2^-} \frac{f(x) - f(2)}{x-2}$$

$$= \lim_{x \to 2^-} \frac{x^2+1-5}{x-2} = \lim_{x \to 2^-} \frac{x^2-4}{x-2}$$

$$= \lim_{x \to 2^-} \frac{(x-2)(x+2)}{(x-2)} = \lim_{x \to 2^-} (x+2)$$

$$= 2+2 = 4$$

اليمين :

$$f'_+(2) = \lim_{x \to 2^+} \frac{f(x) - f(2)}{x-2}$$

$$= \lim_{x \to 2^+} \frac{4x-3-5}{x-2} = \lim_{x \to 2^+} \frac{4x-8}{x-2}$$

$$= \lim_{x \to 2^+} \frac{4(x-2)}{x-2} = \lim_{x \to 2^+} 4$$

$$= 4$$

$\therefore f'_-(2) = f'_+(2) = 4$

$\therefore f'(2) = 4$

4)

$$f'(x) = \begin{cases} 2x & : x < 2 \\ 4 & : x = 2 \\ 4 & : x > 2 \end{cases}$$

5) مجال $f'$ : $D_{f'} = \mathbb{R}$

صفوة الكويت KuwaitTeacher.Com

## (4)

الحل :

$$(g \circ f)'(x) = g'\big(f(x)\big).f'(x) \qquad (1)$$

$$g'(x) = 3x^2$$

$$g'\big(f(x)\big) = 3\,(2x+1)^2$$

$$f'(x) = 2$$

$$(g \circ f)'(x) = 3(2x+1)^2\ (\ 2\ )$$

$$= 6\,(2x+1)^2$$

(2) ميل المماس للدالة $(g \circ f)(x)$ عند $x = 0$

$$(g \circ f)'(0) = 6(0+1)^2 = 6$$

∴ معادلة المماس هي :

$$y - y_1 = m\,(x - x_1)$$

$$y - 1 = 6\,(x - 0)$$

$$6x - y + 1 = 0$$

معلمي الكويت صفوة KuwaitTeacher.Com

**(5)**

إذا كانت:

$$y = \frac{\sin x}{\sin x + \cos x}$$

أثبت أن $y' = (y \,.\, \csc x)^2$

الحل :

$$y' = \frac{(\sin x)'(\sin x + \cos x) - (\sin x)(\sin x + \cos x)'}{(\sin x + \cos x)^2}$$

$$= \frac{\cos x\ (\sin x + \cos x) - \sin x\ (\cos x - \sin x)}{(\sin x + \cos x)^2}$$

$$= \frac{\cos x \,.\, \sin x + \cos^2 x - \sin x \,.\, \cos x + \sin^2 x}{(\sin x + \cos x)^2}$$

$$= \frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{(\sin x + \cos x)^2}$$

$$= \frac{1}{(\sin x + \cos x)^2}$$

$$(y \,.\, \csc x)^2 = \left(\frac{\sin x}{(\sin x + \cos x)} \,.\, \frac{1}{\sin x}\right)^2$$

$$= \frac{1}{(\sin x + \cos x)^2}$$

$$= y'$$

معلم الكويت صفوة
KuwaitTeacher.Com

## (6)

الحل :

$$f(0) = \frac{0-4}{0+2} = \frac{-4}{2} = -2 \qquad [0.5]$$

$$f'(x) = \frac{(x+2)\cdot(3x-4)' - (x+2)'.(3x-4)}{(x+2)^2}$$

(1) (1)

$$= \frac{(x+2)\cdot(3) - (3x-4)\cdot(1)}{(x+2)^2} \qquad [3]$$

(1)

$$= \frac{10}{(x+2)^2} \qquad [1]$$

ميل المماس :

$$m = f'(a) = f'(0) = \frac{10}{(0+2)^2} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2} \qquad [1.5]$$

فتكون معادلة المماس هي

$$y - f(a) = f'(a)\,(x-a) \qquad [1]$$

$$y-(-2) = \tfrac{5}{2}\,(x-0) \qquad [0.5]$$

$$2y + 4 = 5x \qquad [0.5]$$

$$2y - 5x + 4 = 0$$

معلمي الكويت صفوة
KuwaitTeacher.Com

**(7)**

$$D_f = (-\infty, 1) \cup [1, \infty) = \mathbb{R}$$

$$f'(x) = \begin{cases} 2x & : x < 1 \\ \text{نبحث} & : x = 1 \\ \dfrac{1}{\sqrt{x}} & : x > 1 \end{cases}$$

$$f(1) = 2\sqrt{1} = 2$$

$$f_-'(1) = \lim_{x\to 1^-} \frac{f(x)-f(1)}{x-1}$$

$$= \lim_{x\to 1^-} \frac{x^2+1-2}{x-1} = \lim_{x\to 1^-} \frac{x^2-1}{x-1} = \lim_{x\to 1^-} \frac{(x-1)(x+1)}{x-1} = \lim_{x\to 1^-} (x+1)$$

$$f_-'(1) = 2 \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

$$f_+'(1) = \lim_{x\to 1^+} \frac{f(x)-f(1)}{x-1}$$

$$= \lim_{x\to 1^+} \frac{2\sqrt{x}-2}{x-1} = \lim_{x\to 1^+} \frac{2(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)} = \lim_{x\to 1^+} \frac{2}{(\sqrt{x}+1)}$$

$$\lim_{x\to 1^+} \sqrt{x} = 1$$

$$\lim_{x\to 1^+} (\sqrt{x}+1) = \lim_{x\to 1^+} \sqrt{x} + \lim_{x\to 1^+} (1) = 1+1 = 2 \ , 2 \neq 0$$

$$\lim_{x\to 1^+} \frac{2}{(\sqrt{x}+1)} = \frac{\lim_{x\to 1^+} (2)}{\lim_{x\to 1^+} (\sqrt{x}+1)} = \frac{2}{2} = 1$$

$$f_+'(1) = 1 \ \ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

من (1) و (2) نجد : $f_+'(1) \neq f_-'(1)$ وبالتالي $f'(1)$ غير موجودة

$$f'(x) = \begin{cases} 2x & : x < 1 \\ \text{غير موجودة} & : x = 1 \\ \dfrac{1}{\sqrt{x}} & : x > 1 \end{cases}$$

ومنه :

$$f'(x) = \begin{cases} 2x & : x < 1 \\ \frac{1}{\sqrt{x}} & : x > 1 \end{cases}$$

الطبعة السورية ديوان عام الوزارة وزارة التربية 2015-2016 الفترة الدراسية الثانية نسخة

معلم الكويت KuwaitTeacher.Com

**(8)**

الحل

نشتق

$$f'(x) = \frac{(x-1)'(x+2) - (x-1)(x+2)'}{(x+2)^2}$$

$$= \frac{1\cdot(x+2) - (x-1)\cdot 1}{(x+2)^2}$$

نعوض

$$f'(1) = \frac{1\cdot(1+2) - (1-1)\cdot 1}{(1+2)^2} = \frac{1}{3}$$

ميل المماس : $m = \frac{1}{3}$

معادلة المماس

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 0 = \frac{1}{3}(x-1)$$

$$y = \frac{1}{3}x - \frac{1}{3}$$

ميل الناظم : $\frac{-1}{m} = -3$

معادلة الناظم

$$y - y_1 = \frac{-1}{m}(x - x_1)$$

$$y - 0 = -3(x-1)$$

$$y = -3x + 3$$

ايجاد النقطة

عند $x = 1$

$$f(1) = \frac{1-1}{1+2} = 0$$

النقطة $(\underset{x_1}{1}, \underset{y_1}{0})$

معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

**(9)**

الحل

$(f\circ g)'(x) = f'(g(x)) \cdot g'(x)$

① $f(x) = -2x^3 + 4$

② $g(x) = x^{13}$

③ $f'(x) = -6x^2$

⑤ $g'(x) = 13x^{12}$

④ $f'(g(x)) = -6(x^{13})^2$ (نستبدل x بـ g(x))

$= -6x^{26}$

⑥ $(f\circ g)'(x) = -6x^{26} \cdot 13x^{12} = -78x^{38}$

$(g\circ f)'(x) = g'(f(x)) \cdot f'(x)$

① $g(x) = x^{13}$

② $f(x) = -2x^3 + 4$

③ $g'(x) = 13x^{12}$

⑤ $f'(x) = -6x^2$

④ $g'(f(x)) = 13(-2x^3+4)^{12}$ (نستبدل x بـ f(x))

⑥ $(g\circ f)'(x) = 13(-2x^3+4)^{12} \cdot -6x^2 = -78x^2(-2x^3+4)^{12}$

$(g\circ f)'(0) = -78(0)^2(-2(0)^3+4)^{12} = 0$ (التعويض عن x=0)

معلمى الكويت صفوة
KuwaitTeacher.Com

**(10)**

صورة أسية: $y = (2x^4 - 3x^2 + 4)^{\frac{3}{4}}$ الحل

استنتاق

$$y' = \frac{3}{4}(2x^4 - 3x^2 + 4)^{-\frac{1}{4}} \cdot (2x^4 - 3x^2 + 4)'$$

$$y' = \frac{3}{4}(2x^4 - 3x^2 + 4)^{-\frac{1}{4}} \cdot (8x^3 - 6x)$$

$$y' = \frac{3(8x^3 - 6x)}{4(2x^4 - 3x^2 + 4)^{\frac{1}{4}}}$$

$$y' = \frac{3}{4}\frac{(8x^3 - 6x)}{\sqrt[4]{(2x^4 - 3x^2 + 4)}}$$

معلمي الكويت صفوة
KuwaitTeacher.Com

## (11)

لتكن: $y = 1 + \frac{\sqrt{2}}{\sin x} + \cot x$، أوجد معادلة المماس لمنحنى الدالة عند $P\left(\frac{\pi}{4}\ ,\ 4\right)$

$$y = 1 + \sqrt{2}\csc x + \cot x$$

$$\frac{dy}{dx} = -\sqrt{2}\csc x \cot x - \csc^2 x$$

$$\left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=\frac{\pi}{4}} = -\sqrt{2}\csc\frac{\pi}{4}\cot\frac{\pi}{4} - \csc^2\frac{\pi}{4}$$

$$= -4$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 4 = -4\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$y - 4 = -4x + \pi$$

$$y = -4x + \pi + 4$$

معلمي الكويت
صفوة
KuwaitTeacher.Com

## (12)

أثبت أن منحنى كل من الدالتين $y = \frac{1}{\cos x}$ , $y = \cos x$ له مماس أفقي عند $x = 0$

$y = \cos x$

$\frac{dy}{dx} = -\sin x$

$\frac{dy}{dx} = -\sin 0 = 0$

$y = \frac{1}{\cos x}$

$y = \sec x$

$\frac{dy}{dx} = \sec x \tan x$

$\frac{dy}{dx} = \sec 0 \tan 0 = 0$

$\therefore$ كلا من الدالتين يوجد له مماس افقي عند x = 0

**لان لكل من الدالتين ميل المماس يساوى صفر عند النقطه (x=0) وبالتالى ظل الزاويه التى يصنعها المماس مع محور السينات يساوى صفر لكل من الدالتين.**

معلمي الكويت صفوة
KuwaitTeacher.Com