

الرياضيات

الكورس الأول

١١

معلم الكويت

UULA

الرياضيات

الكورس الأول

١١

صفوة معلمي الكويت

شلون تتفوق بدراستك

منصة علا تخلي المذكرة أقوى

تبي أعلى الدرجات؟ لا تعتمد على المذكرة بروحها
ادرس صح من الفيديوهات و الاختبارات في منصة علا

اختبارات ذكية تدربك

حل الاختبارات الإلكترونية أول بأول
عشان ترفع مستواك

فيديوهات تشرح لك

تابع الفيديوهات و اسأل المعلم في علا وأنت
تدرس من المذكرة عشان تضبط الدرس



اكتشف عالم التفوق مع منصة علا

لتشترك بالمادة و تستمتع بالشرح
المميز صور أو اضغط على الQR

UULA

المعلق

هذه المذكرة تغطي المادة كاملة.

في حال وجود أي تغيير للمنهج أو تعليق جزء منه يمكنكم مسح رمز QR للتأكد من المقرر.

المنقذ

أول ما تحتاج مساعدة بالمادة ، المنقذ موجود!

صور الQR بكاميرا التلفون أو اضغط عليه إذا كنت تستخدم المذكرة من جهازك و يطلع لك فيديو يشرح لك.



قائمة المحتوى

01 **الوحدة1 / الأعداد الحقيقية**

الجذور والتعبيرات الجذرية 6
الأسس النسبية 12
حل المعادلات 16

02 **الوحدة 2 / الدوال الحقيقية**

مجال الدالة 22
الدوال التربيعية ونمذجتها 27
الدوال التربيعية والقطوع المكافئة 29
المعكوسات و دوال الجذر التربيعي 34
حل المتباينات 38

03 **الوحدة 3 / كثيرات الحدود**

دوال القوى ومعكوساتها 47
الدوال الحدودية 51
العوامل الخطية لكثيرات الحدود 54
قسمة كثيرات الحدود 59
حل معادلات كثيرات الحدود 63

04 **الوحدة 4 / الدوال الأسية والدوال اللوغاريتمية**

استكشاف النماذج الأسية 69
الدوال الأسية و تمثيلها بيانيا 73
الدوال اللوغاريتمية و تمثيلها بيانيا 78
خواص اللوغاريتمات 83
المعادلات الأسية واللوغاريتمية 86
اللوغاريتم الطبيعي 91

05 **الوحدة 5 / المتجهات**

المتجه في المستوي 94
جمع المتجهات وطرحها 100
الضرب الداخلي 105

صفوة معلمي الكويت

UULA.COM
© جميع الحقوق محفوظة

06

الوحدة 6 / الإحصاء

المجتمع الإحصائي والمعاينة 110
العينات 112
أساليب عرض البيانات 116
القاعدة التجريبية 119
القيمة المعيارية 121

صفوة معلمي الكويت

UULA.COM
© جميع الحقوق محفوظة

الجذور والتعبيرات الجذرية

- لكل عدد حقيقي موجب جذران تربيعيان أحدهما موجب والآخر سالب أي إذا كان $A^2 = x$ فإن $A = \pm\sqrt{x}$ حيث $x > 0$
- لكل عدد حقيقي جذر تكعيبي واحد أي إذا كان $A^3 = x$ فإن $A = \sqrt[3]{x}$
- $(\sqrt[3]{x})^3 = \sqrt[3]{x^3} = x \ ,\forall x \in \mathbb{R}$

أوجد الجذر التكعيبي لكل من الأعداد التالية دون استخدام الآلة الحاسبة:

- -8
- 125
- $-\frac{375}{24}$
- 0.064
- -27
- 64
- -0.008
- $\frac{343}{216}$

تبسيط الجذور:

- يكون التعبير الجذري في أبسط صورة في الحالات التالية:
- ألا يكون للمجذور عوامل مرفوعة لأس أكبر أو يساوي دليل الجذر
- ألا يكون المقام جذراً
- ألا يكون المجذور كسر
- أن يكون دليل الجذر أصغر عدد صحيح موجب ممكن

بسط كلاً من التعبيرات الجذرية التالية حيث x,y عددان حقيقيان:

- $\sqrt{4x^6}$

UULA.COM
© جميع الحقوق محفوظة
صفوة معلمي الكويت

- $\sqrt[3]{8x^3} + 3x$
- $\sqrt{9x^2y^4}$
- $\sqrt[3]{-27x^6} + 3x$
- $\sqrt{x^8y^6}$

جمع و طرح التعبيرات الجذرية

التعبيرات الجذرية المتشابهة:

يكون التعبيران الجذريان متشابهين إذا كان لهما نفس الدليل والمجذور

مثال:

$2\sqrt{3}$, $5\sqrt{3}$	$2\sqrt{3}$, $5\sqrt[3]{3}$	$\sqrt{3}$, $\sqrt[3]{5}$
متشابهان	غير متشابهين	غير متشابهين

أوجد الناتج في أبسط صورة:

- $2\sqrt[3]{3} + 5\sqrt[3]{375}$
- $3\sqrt{32} - \sqrt{98}$
- $\sqrt[3]{128} + \sqrt[3]{54} - 2\sqrt[3]{250}$
- $\sqrt{18} + \sqrt{50} - \sqrt{72}$
- $2\sqrt{75} - \sqrt{48}$
- $4\sqrt[3]{8} + 2\sqrt[3]{128}$
- $\sqrt[3]{320} + \sqrt[3]{40} - \sqrt[3]{135}$
- $\sqrt{12} + \sqrt{147} - \sqrt{27}$

UULA.COM
© جميع الحقوق محفوظة
صفوة معلمي الكويت

تمارين مشابهة من الكراسة

4. بسط كلاً مما يلي:

i. $3\sqrt[3]{16} - 4\sqrt[3]{54} + \sqrt[3]{128}$

j. $\sqrt{75} - 4\sqrt{18} + 2\sqrt{32}$

k. $4\sqrt[3]{81} - 3\sqrt[3]{54}$

ضرب وقسمة الجذور التربيعية والجذور التكعيبية

الجذور التربيعية	الجذور التكعيبية
$\forall x, y \in \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$	$\forall x, y \in \mathbb{R}$
$\sqrt{x^2} = \lvert x \rvert = x$	$\sqrt[3]{x^3} = x$
$(\sqrt{x})^2 = x$	$(\sqrt[3]{x})^3 = x$
$\sqrt{x.y} = \sqrt{x} \cdot \sqrt{y}$	$\sqrt[3]{x.y} = \sqrt[3]{x} \cdot \sqrt[3]{y}$
$\sqrt{\frac{x}{y}} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}} : y \neq 0$	$\sqrt[3]{\frac{x}{y}} = \frac{\sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{y}} : y \neq 0$

بسط كلاً من التعبيرات الجذرية التالية:

- $\sqrt{72x^3}$ ، $x \geq 0$
- $\sqrt[3]{80n^5}$
- $\sqrt{50x^4}$
- $\sqrt[3]{18x^3}$

بسط كلاً من التعبيرات الجذرية التالية:

- $3\sqrt{7x^3} \times 2\sqrt{x^3y^2}$ ، $x \geq 0$
- $4\sqrt[3]{x^4y} \times 3\sqrt[3]{x^2y}$
- $\sqrt{5x^3} \times \sqrt{40x}$ ، $x \geq 0$

صفوة معلمي الكويت

- $\sqrt[3]{5x^3y^4} \times \sqrt[3]{64x^2y^3}$

بسط كلاً من التعبيرات الجذرية التالية:

- $\frac{\sqrt[3]{162x^5}}{\sqrt[3]{3x^2}}$ ، $x \neq 0$
- $\frac{\sqrt[3]{250x^7y^3}}{\sqrt[3]{2x^2y}}$ ، $x \neq 0$ ، $y \neq 0$
- $\frac{\sqrt{243}}{\sqrt{27}}$
- $\frac{\sqrt{12x^4}}{\sqrt{3x}}$ ، $x > 0$
- $\frac{\sqrt[3]{128x^{15}}}{\sqrt[3]{2x^2}}$ ، $x \neq 0$

تمارين مشابهة من الكراسة

3. بسط كلاً من التعبيرات الجذرية التالية:

j. $\sqrt[3]{49x^2} \times \sqrt[3]{56xy^3}$

k. $\sqrt[3]{256u^5v} \div \sqrt[3]{4u^2v^{10}}$ ، $u \neq 0, v \neq 0$

تبسيط كسر مقامه يتضمن جذراً

يكون التعبيران الجذريان مترافقين إذا كان ناتج ضربهما عدداً نسبياً، مثال:

- $\sqrt{3}$ ، $\sqrt{3}$ مترافقان لأن ناتج ضربهما عدد نسبي $\sqrt{3} \times \sqrt{3} = 3$
- $\sqrt[3]{5}$، $\sqrt[3]{5^2}$ مترافقان لأن ناتج ضربهما عدد نسبي $\sqrt[3]{5} \times \sqrt[3]{5^2} = 5$
- $(2 + \sqrt{2})$ ، $(2 - \sqrt{2})$ مترافقان لأن ناتج ضربهما عدد نسبي:

$$(2 - \sqrt{2}) \times (2 + \sqrt{2}) = (2)^2 - (\sqrt{2})^2 = 4 - 2 = 2$$

صفوة معلمي الكويت

اكتب كل كسر بحيث يكون المقام عدداً نسبياً:



- $\frac{1+\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$
- $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$
- $\frac{3}{\sqrt[3]{5}}$
- $\frac{1}{\sqrt[3]{7^2}}$
- $\frac{\sqrt{2}-1}{3-\sqrt{2}}$
- $\frac{3-\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}$

- $\frac{x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}-9x}\ ,\ x>1\ ,\ x\in\mathbb{Q}$

معلق

- $\frac{x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}\ ,\ (x>1\ ,\ x\in\mathbb{Q})$

تمارين مشابهة من الكراسة

6. اكتب كلاً مما يلي بحيث يكون المقام عدداً نسبياً

c. $\frac{4}{3\sqrt{3}-2}$ *d.* $\frac{3+\sqrt{8}}{2-2\sqrt{8}}$ *e.* $\frac{5+\sqrt{5}}{4-3\sqrt{5}}$

معلق

f. $\frac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}+2}-(9-4\sqrt{5})$ *g.* $\frac{\sqrt{2}}{3-\sqrt{2}}-\frac{\sqrt{2}}{3+\sqrt{2}}$

h. $\frac{3}{\sqrt{2}}-\frac{1}{2\sqrt{2}-\sqrt{3}}$ *i.* $\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}, x\in\mathbb{Z}^+, x\neq 1$

7. أوجد قيمة التعبير: x^2-6، إذا كان $x=\frac{4}{\sqrt{5}-1}$

8. أوجد قيمة التعبير: x^2-x+1، إذا كان $x=\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

صفوة معلمي الكويت

الجذور والتعبيرات الجذرية-التمارين الموضوعية

ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة

1. $\sqrt[3]{-64x^3} + 4x = 0$ (a) (b)
2. $\frac{8-\sqrt{7}}{3} + \frac{3}{4-\sqrt{7}} \in \mathbb{Z}$ (a) (b)
3. $(3-2\sqrt{2})^{27} \times (3+2\sqrt{2})^{27} = 1$ (a) (b)
4. $\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{3} = \sqrt[3]{5}$ (a) (b)
5. $|m| \times \sqrt{m^2} = m^2 \, , \forall m \in \mathbb{R}$ (a) (b)

ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

6. التعبير الجذري الذي في أبسط صورة هو:

(a) $\sqrt[3]{216}$ (b) $\frac{2}{\sqrt[3]{2}}$ (c) $\sqrt[3]{9}$ (d) $\sqrt{\frac{2}{3}}$

7. لوضع التعبير الجذري $\frac{\sqrt[3]{5}}{\sqrt[3]{4}}$ في أبسط صورة نضرب كلاً من البسط والمقام في:

(a) $\sqrt{2}$ (b) $\sqrt[3]{2}$ (c) 2 (d) 4

8. $\sqrt{7+4\sqrt{3}}$ يساوي:

(a) $2-\sqrt{3}$ (b) $2+\sqrt{3}$ (c) $3-\sqrt{2}$ (d) $3+\sqrt{2}$

9. إذا كان $\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ فإن:

(a) $\varphi^2 + \varphi = 1$ (b) $\varphi^2 = \varphi + 1$ (c) $\varphi + \varphi^2 + 1 = 0$ (d) $\varphi^2 + 1 = \varphi$

10. إذا كان $x \in \mathbb{R}^-$ فإن $\frac{1}{x} \cdot |x|$ يساوي:

(a) -1 (b) $-x$ (c) 1 (d) x

11. إذا كان حجم شبه المكعب المقابل يساوي $40\ cm^3$ ، فإن x تساوي:

(a) $2\ cm$ (b) $2\sqrt{2}\ cm$ (c) $-2\sqrt{2}\ cm$ (d) $4cm$

معلق

صفوة معلمي الكويت

12. إذا كان حجم إسطوانة ارتفاعها h وطول نصف قطرها r يعطي بالعلاقة $V = \pi r^2 h$ حيث الحجم (V) بدلالة كل من ارتفاع ونصف قطر الإسطوانة، فأي من العلاقات التالية صحيحة؟

معلق ⚠

ⓐ $h = \pi r^2 V$ ⓑ $h = \frac{\pi}{r^2} \cdot V$ ⓒ $r = \sqrt{\pi h V}$ ⓓ $r = \sqrt{\frac{V}{\pi h}}$

تدرب و تفوق

اختبارات الكترونية ذكية

الوحدة 1/ الأعداد الحقيقية

الأسس النسبية

بسط كل عدد من الأعداد التالية مستخدماً الصورة الجذرية:

- $125^{\frac{1}{3}}$
- $(5^{\frac{1}{2}})(5^{\frac{1}{2}})$
- $(10^{\frac{1}{3}})(100^{\frac{1}{3}})$
- $64^{\frac{1}{3}}$
- $(2^{\frac{1}{2}})(2^{\frac{1}{2}})$
- $(8^{\frac{1}{2}})(2^{\frac{1}{2}})$

اكتب بالصورة الجذرية كلاً من :

- $25^{\frac{3}{2}}$
- $x^{\frac{2}{5}}$
- $x^{0.4}$
- $y^{\frac{3}{8}} : y \geq 0$
- $64^{\frac{4}{3}}$
- $y^{-2.5} : y > 0$

اكتب بالصورة الأسية كلاً من :

- $\left(\sqrt[5]{y}\right)^2$
- $\sqrt{b^3} : b \geq 0$
- $\sqrt[3]{x^2}$
- $\left(\sqrt{y}\right)^3 : y \geq 0$

UULA.COM
© جميع الحقوق محفوظة
صفوة تعلمي الكويت

قوانين الأسس النسبية

قوانين الأسس النسبية

$$b^m \cdot b^n = b^{m+n}$$
$$(b^m)^n = b^{m \cdot n}$$
$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$
$$b^{-n} = \frac{1}{b^n}\ , b \neq 0$$

$$\frac{b^m}{b^n} = b^{m-n}\ , b \neq 0$$
$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}\ , b \neq 0$$

بسط كل عدد من الأعداد التالية مستخدماً قوانين الأسس:

- $(-32)^{\frac{3}{5}}$
- $\left(x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{5}{6}}\right) \div x^{\frac{2}{3}},\ x > 0$
- $25^{-\frac{3}{2}}$
- $(-32)^{\frac{4}{5}}$
- $\left(\frac{16x^{14}}{81y^{18}}\right)^{\frac{1}{2}},\ x \geq 0,\ y > 0$

قوانين الجذور النونية

قوانين الجذور النونية

$$\sqrt[n]{x} \cdot \sqrt[n]{y} = \sqrt[n]{x \cdot y}$$
$$\frac{\sqrt[n]{x}}{\sqrt[n]{y}} = \sqrt[n]{\frac{x}{y}}\ , y \neq 0$$
$$\sqrt[n]{\sqrt[m]{x}} = \sqrt[m \cdot n]{x}$$

بسط كلاً من التعبيرات الجذرية التالية:

- $\sqrt[4]{5} \times \sqrt[4]{7}$
- $\frac{\sqrt[3]{16}}{\sqrt[3]{2}}$
- $\sqrt{\sqrt[4]{256}}$

صفوة معلمي الكويت

$((\sqrt{x^3y^3})^{\frac{1}{3}})^{-1}$

$\sqrt[5]{9}\times\sqrt[5]{27}$

$\frac{\sqrt[3]{243}}{\sqrt[3]{3}}$

$\sqrt{\sqrt[3]{729}}$

$(\sqrt[4]{x}\cdot\sqrt[4]{y^3})^{-12},\ x,y\in\mathbb{Q}^+$

تمارين مشابهة من الكراسة

5. بسّط كلاً مما يلي:

g. $\frac{x^{\frac{1}{2}}\cdot y^{-\frac{1}{3}}}{x^{-\frac{3}{4}}\cdot y^{-\frac{1}{2}}}$: $x>0, y>0$

h. $\left(\left(3^{\frac{3}{2}}x^{-\frac{1}{2}}\right)^2\right)^{\frac{1}{3}}$ $x>0$

i. $\left(\frac{\sqrt{9t}}{\sqrt[3]{27t^2}}\right)^{-12}$ $t>0$

6. بسّط كلاً مما يلي:

a. $\sqrt{\sqrt[3]{64x^6}}$

b. $5^{\frac{2}{3}}\times 25^{-\frac{1}{3}}$

c. $\frac{\sqrt[3]{8^2}\times\sqrt[4]{32}}{\sqrt[8]{4}}$

e. $\frac{(32)^{\frac{1}{2}}\times(16)^{-\frac{1}{3}}}{\sqrt[6]{64}}$

f. $(2-\sqrt[3]{8})(2+\sqrt[3]{8})$

الأسس النسبية-التمارين الموضوعية

ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة

1. $16^{-\frac{3}{4}}=32^{-\frac{3}{5}}$ (a) (b)
2. $x^{\frac{1}{2}}\div x^{\frac{3}{4}}=x^{\frac{2}{3}}$ (a) (b)
3. $x^{-\frac{1}{2}}\cdot x^{\frac{1}{3}}=x^{-\frac{1}{6}}$ (a) (b)
4. $\sqrt[4]{\sqrt{x}}=x\ ,x>0$ (a) (b)
5. $\sqrt{32}=\sqrt{16^{-1}}=4$ (a) (b)

صفوة معلمي الكويت

ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

6. إذا كان $n > 0$, فإن التعبير الذي لا يكافئ $\sqrt[4]{4n^2}$

ⓐ $(4n^2)^{\frac{1}{4}}$ ⓑ $2n^{\frac{1}{2}}$ ⓒ $(2n)^{\frac{1}{2}}$ ⓓ $\sqrt{2n}$

7. إذا كان: $y > 0$ ، فإن التعبير $\frac{56^{\frac{1}{3}} \times y^{\frac{5}{3}}}{(7y^2)^{\frac{1}{3}}}$ يساوي:

ⓐ $14y$ ⓑ $\frac{1}{7}y$ ⓒ $2y$ ⓓ $\frac{8}{7}y$

8. $\left(\sqrt[4]{x^{-2}y^4}\right)^{-2} =$ $: x \neq 0 \ , \ y \neq 0$

ⓐ $|x^{-1}|y^2$ ⓑ $|x|y^{-2}$ ⓒ xy^2 ⓓ $x^{-2}y^2$

9. $\sqrt{\frac{1}{\sqrt[3]{5}} \times \frac{1}{\sqrt[3]{5^2}}} =$

ⓐ $5^{-\frac{1}{2}}$ ⓑ $\frac{1}{5}$ ⓒ $5^{\frac{1}{2}}$ ⓓ $5^{\frac{2}{3}}$

10. إذا كان: $x + y = 2$, $x^2 - xy + y^2 = 4$ ، فإن $\sqrt[6]{x^3 + y^3}$ يساوي:

ⓐ $\sqrt{2}$ ⓑ $\sqrt[3]{2}$ ⓒ $\sqrt[3]{6}$ ⓓ 2

12. إن قيمة التعبير $\frac{\sqrt[3]{x^6} \cdot \sqrt[4]{x^5}}{x^3 \cdot \sqrt[8]{x^2}}$ تساوي:

ⓐ x ⓑ $\frac{1}{x}$ ⓒ 1 ⓓ $\sqrt{x}$

تدرب و تفوق

اختبارات الكترونية ذكية

UULA UULA

صفوة معلمي الكويت

حل المعادلات

أولاً: المعادلات الجذرية

أوجد مجموعة حل كل من المعادلات التالية:



- $2+\sqrt{3x-2}=6$
- $\sqrt{5x+4}-7=0$
- $6+\sqrt{x-1}=3$
- $\sqrt{x-2}+9=0$

أوجد مجموعة الحل:



- $2(2x+4)^{\frac{3}{4}}=16$
- $2(x+3)^{\frac{3}{2}}=54$

$2(x-2)^{\frac{2}{3}}=50$

$(1-x)^{\frac{2}{5}}-4=0$

أوجد مجموعة الحل:

$5+\sqrt{x-3}=x$

$\sqrt{5x-1}+3=x$

UULA.COM
© جميع الحقوق محفوظة
صفوة معلمي الكويت

أوجد مجموعة الحل:



$\sqrt{8x} - 2\sqrt{4x - 16} = 0$

$\sqrt{5x} - \sqrt{2x + 9} = 0$

أوجد مجموعة الحل:



$\sqrt{x} + \sqrt{2x - 4} = 0$

$\sqrt{x - 7} + \sqrt{3x - 21} = 0$

UULA.COM
© جميع الحقوق محفوظة
صفوة معلمي الكويت

①

a. $3\sqrt{x}+3=15$

b. $\sqrt{x+3}=5$

c. $(x+5)^{\frac{2}{3}}=4$

d. $(x+1)^{\frac{3}{2}}-2=25$

e. $\sqrt{3-4x}-2=0$

f. $2(2x+4)^{\frac{3}{4}}=16$

g. $(5-3x)^{\frac{3}{2}}+4=3$

③

a. $\sqrt{11x+3}-2x=0$

b. $\sqrt{3x+13}-5=x$

c. $\sqrt{-3x-5}=x+3$

d. $(x+3)^{\frac{1}{2}}-1=x$

e. $x+8=(x^2+16)^{\frac{1}{2}}$

f. $\sqrt{10x}-2\sqrt{5x-25}=0$

g. $(3x+2)^{\frac{1}{2}}-(2x+7)^{\frac{1}{2}}=0$

h. $(x-9)^{\frac{1}{2}}+1=x^{\frac{1}{2}}$ معلق

i. $(2x+3)^{\frac{3}{4}}-3=5$

j. $2(x-1)^{\frac{4}{3}}+4=36$

k. $(3x+2)^{\frac{1}{2}}=3(3x+2)^{\frac{-1}{2}}$ معلق

l. $(2x+1)^{\frac{1}{3}}=(3x+2)^{\frac{1}{3}}$

m. $(2x-1)^{\frac{1}{3}}=(x+1)^{\frac{1}{6}}$ معلق

n. $(x+5)^{\frac{1}{2}}-(5-2x)^{\frac{1}{4}}=0$

ثانياً: المعادلات الأسية

أوجد مجموعة حل كل معادلة من المعادلات التالية:

- $2^x=64$
- $3^x=243$
- $\left(\frac{1}{2}\right)^x=0.5$
- $\left(\frac{1}{4}\right)^x=\frac{1}{128}$
- $\left(\frac{3}{4}\right)^x=\left(\frac{64}{27}\right)$
- $\left(\frac{2}{3}\right)^x=\frac{81}{16}$

UULA.COM
© جميع الحقوق محفوظة
صفوة معلمي الكويت

أوجد مجموعة حل كل معادلة من المعادلات التالية:

- $3^{x^2-1} = 27$
- $2^{x^2-4} = 32$
- $7^{x^2-3x} = \frac{1}{49}$
- $3^{x^2+5x} = \frac{1}{81}$
- $6^{2x-8} = 1$
- $5^{x^2-4} = 1$

تمارين مشابهة من الكراسة

⑦

a. $5^{2x-3} = 125$

b. $3^{x+1} = 1$

c. $3^{x^2+5} = 3^9$

d. $3^{x^2-5x} = \frac{1}{9^2}$

e. $4^x = 2^x$

f. $\left(\frac{1}{2}\right)^n = 0.25$

g. $5^x = 125\sqrt{5}$

h. $5^{x^2-3x} = 1$

i. $(3^x - 27).(2^x - 1) = 0$

j. $\left(\frac{2}{5}\right)^{x-1} = \left(\frac{125}{8}\right)^x$

UULA.COM
© جميع الحقوق محفوظة
صفوة معلمي الكويت

حل المعادلات - التمارين الموضوعية

ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة

1. مجموعة حل $7^{3-x} = 1$ هي $\{3\}$ (a) (b)
2. مجموعة حل $\sqrt{x-1} = \sqrt{1-x}$ هي $\{0\}$ (a) (b)
3. إذا كان $\sqrt[3]{9+x^2} = 3$ فإن $x = 3\sqrt{2}$ (a) (b)
4. $x = -1$ حلاً للمعادلة $2^{x^2-4} = \frac{1}{32}$ (a) (b)
5. مجموعة حل $25^{|x|+\frac{1}{2}} = 5^{1-2x}$ هي $\mathbb{R}^-$ (a) (b)

ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

6. مجموعة حل $\left(\sqrt{x^{20}}\right)^{\frac{1}{5}} - x^2 = 0$ هي:

(a) $\{0\}$ (b) $\mathbb{R}^+$ (c) $\mathbb{R}^-$ (d) $\mathbb{R}$

7. مجموعة حل $\sqrt[3]{x-2} = \sqrt{x-2}$ هي:

(a) $\{2\}$ (b) $\{1,2\}$ (c) $\{1,2,3\}$ (d) $\{2,3\}$

8. مجموعة حل $\sqrt[3]{2x^2+2} = \sqrt[3]{3-x}$ هي:

(a) $\left\{-1,\frac{1}{2}\right\}$ (b) $\left\{\frac{1}{2}\right\}$ (c) $\left\{-1,\frac{-1}{2}\right\}$ (d) $\left\{1,\frac{1}{2}\right\}$

9. مجموعة حل $x^2 = |x|$ هي:

(a) $\{-1,0,1\}$ (b) $\{0,1\}$ (c) $\{0\}$ (d) $\{1\}$

10. إذا كان $3^{2-x} = \left(\frac{1}{9}\right)^{x+1}$ فإن x تساوي:

(a) -2 (b) 2 (c) -4 (d) 4

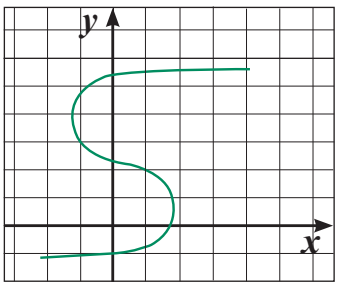
تدرب و تفوق
اختبارات الكترونية ذكية

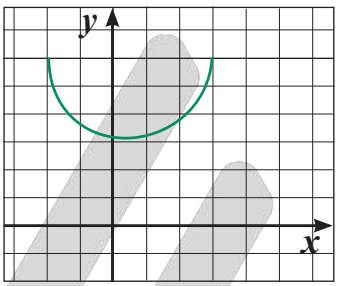
UULA.COM
© جميع الحقوق محفوظة

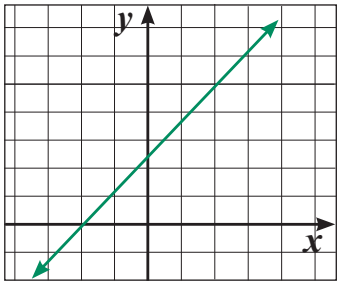
مجال الدالة

اختبار المستقيم الرأسي:
إذا تقاطع كل مستقيم رأسي مع بيان علاقة ما بنقطة واحدة على الأكثر، فإن هذه العلاقة تكون دالة.

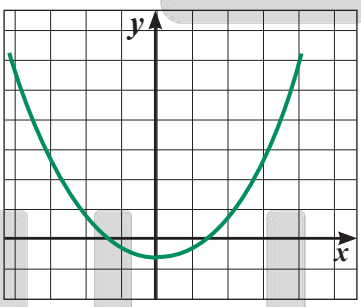
- استخدم اختبار المستقيم الرأسي لتحديد ما إذا كان بيان كل علاقة مما يلي يمثل دالة أم لا:

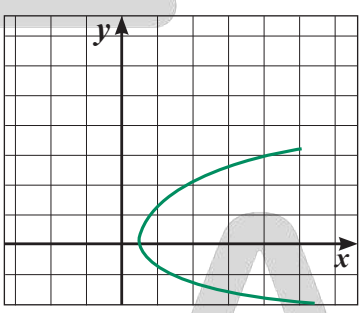






- استخدم اختبار المستقيم الرأسي لتحديد ما إذا كان بيان كل علاقة مما يلي يمثل دالة أم لا:





صفوة معلمي الكويت

مجال الدالة:

1. مجال الدالة كثيرة الحدود هو مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$

- $g(x) = x^2 + 3x + 1$
- $f(x) = 2x + 1$

2. مجال الدالة الحدودية النسبية هو مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ ما عدا مجموعة أصفار المقام.

- $h(x) = \frac{3x-1}{5-2x}$
- $h(x) = \frac{x+2}{x-4}$

3. مجال الدالة $f(x) = |x|$ هو مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$

4. مجال الدالة $f(x) = \sqrt[n]{g(x)}$ حيث n عدد زوجي هو مجموعة الأعداد الحقيقية التي تحقق الشرط $g(x) \geq 0$

- $g(x) = \sqrt{3x - 7}$
- $t(x) = \sqrt{3x - 4}$

5. مجال الدالة $f(x) = \sqrt[n]{g(x)}$ حيث n عدد فردي هو مجال الدالة g

- $w(x) = \sqrt[3]{x^2 - 2}$
- $u(x) = \sqrt[3]{2x + 1}$

6. مجال الدالة $f(x) = g(x) \pm h(x)$
مجال f = مجال g ∩ مجال h

$D_f = D_g \cap D_h$

7. مجال الدالة $f(x) = g(x) \cdot h(x)$
مجال f = مجال g ∩ مجال h

$D_f = D_g \cap D_h$

أوجد مجال كل دالة مما يلي :

Q $f(x) = 2x^3 - 4x - \sqrt{2x-6}$

Q $g(x) = (2x^2 + x)\sqrt{8-2x}$

8. مجال الدالة $f(x) = \frac{g(x)}{h(x)}$
مجال f = (مجال g ∩ مجال h عدا مجموعة أصفار المقام)

$D_f = (D_g \cap D_h) \setminus \{$ أصفار المقام $\}$

Q $h(x) = \frac{\sqrt[3]{1+x}}{x^2-1}$

صفوة معلمي الكويت

$u(x) = \frac{4}{\sqrt{-x}}$

$f_1(x) = \frac{2x+5}{x-4}$

$f_2(x) = x^3 - 4x^2 - 4 \quad + \quad \sqrt{x-9}$

$f_3(x) = \frac{\sqrt{5-4x}}{x^2+4}$

$f_4(x) = \sqrt[3]{\frac{x^2-5x}{x}}$

UULA.COM
© جميع الحقوق محفوظة

تمارين مشابهة من الكراسة

في التمارين حدد مجال كل من الدوال التالية:

7) $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + x^2 - 1$

8) $g(x) = \sqrt{3x - 7} + 2$

9) $t(x) = \frac{\sqrt{-2x}+3}{x-1}$

10) $h(x) = -\frac{3x-1}{5-2x}$

11) $u(x) = \sqrt[3]{7 - 5x}$

12) $v(x) = \frac{2x-1}{\sqrt{3+x}}$

13) $h(x) = \frac{\sqrt{x-2}}{5+\sqrt{2x-1}}$

14) $u(x) = \frac{\sqrt{3+4x}-3}{25-9x^2}$

15) $v(x) = \frac{3}{x+1} - \frac{2}{x^2-1}$

16) $w(x) = \sqrt[3]{x^2 - 2}(\sqrt{2x - 3})$

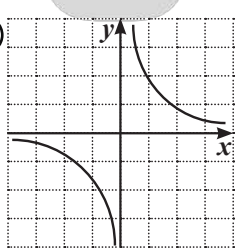
مجال الدالة-التمارين الموضوعية

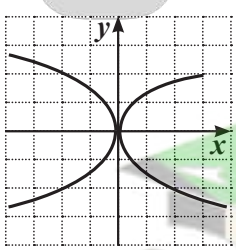
ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة

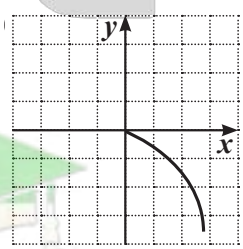
1. مجال الدالة $f(x) = \sqrt{(x-2)^2}$ هو $\mathbb{R}$ (a) (b)
2. مجال الدالة $f(x) = \frac{3}{\sqrt{2x-6}}$ هو $[3\,,\infty)$ (a) (b)
3. مجال الدالة $f(x) = \sqrt{-x}$ هو $(-\infty\,,0]$ (a) (b)
4. مجال الدالة $f(x) = \frac{1}{x^2}\sqrt{x+3}$ هو $[-3\,,\infty)$ (a) (b)
5. مجال الدالة $f(x) = |x| - 2$ هو $\mathbb{R}$ (a) (b)

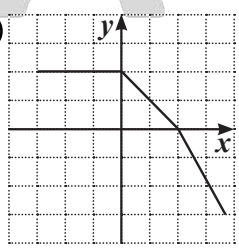
ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

6. أي مما يلي لا يمثل بيان دالة:

(a)


(b)


(c)


(d)


7. مجال الدالة $f(x) = \frac{x^2-1}{x^2+2x+1}$ هو:

(a) $\mathbb{R}$ (b) $\mathbb{R}/\{1\}$ (c) $\mathbb{R}/\{-1\,,1\}$ (d) $\mathbb{R}/\{-1\}$

UULA.COM
© جميع الحقوق محفوظة
صفوة علمي الكويت

8. مجال الدالة $f(x)=\frac{\sqrt{x^2}}{x}$ هو:

ⓐ $\mathbb{R}/\{0\}$ ⓑ $[0\,,\infty)$ ⓒ $(-\infty,0)$ ⓓ $(0\,,\infty)$

9. مجال الدالة $f(x)=\frac{x-1}{x-\sqrt{x}}$ هو:

ⓐ $\mathbb{R}/\{1\}$ ⓑ $\mathbb{R}/\{0,1\}$ ⓒ $\mathbb{R}-\{0\}$ ⓓ $(0\,,\infty)/\{1\}$

10. مجال الدالة $f(x)=\frac{x}{\sqrt{x+1}-1}$ هو:

ⓐ $(0\,,\infty)$ ⓑ $[1\,,\infty)$ ⓒ $(-1\,,\infty)$ ⓓ $[-1\,,\infty)/\{0\}$

11. لتكن $f(x)=x\sqrt{x}\,,\ g:[-2\,,2]\to\mathbb{R}\,,\ g(x)=x^2$ فإن مجال الدالة $f\cdot g$ هو:

ⓐ $[-2\,,2]$ ⓑ $[0\,,2]$ ⓒ $(0\,,2)$ ⓓ ليس أياً مما سبق

تدرب و تفوق

اختبارات الكترونية ذكية

الوحدة 2 / الأعداد الحقيقية

الدوال التربيعية ونمذجتها

حدد ما إذا كانت الدالة خطية أم تربيعية:

- $f(x)=2x(x-3)$
- $f(x)=(x-2)(2x+1)$
- $f(x)=(2x+3)^2-4x^2-7x$
- $f(x)=3(x^2-4x)-3x^2+4$

صفوة معلمي الكويت

الدوال التربيعية ونمذجتها-التمارين الموضوعية

ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة

1. الدالة $f(x) = kx^2 + x - 3 , k \in \mathbb{Z}$ يمكن أن تكون دالة خطية. (a) (b)
2. الدالة $f(x) = x + \frac{|x|}{x}$ هو دالة خطية. (a) (b)
3. النقطة $A(1 , 6)$ تنتمي إلى منحنى الدالة: $f(x) = (3x)(2x) + 6$ (a) (b)
4. الدالة $y = x(1 - x) - (1 - x^2)$ هي دالة خطية. (a) (b)
5. الدالة $f(x) = \pi^2 - x$ هي دالة تربيعية (a) (b)

ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

6. الدالة التربيعية التي حدها الثابت يساوي -3 فيما يلي:

(a) $y = (3x + 1)(-x - 3)$ (b) $y = x^2 - 3x + 3$
(c) $f(x) = (x - 3)(x - 3)$ (d) $y = -3x^2 + 3x + 9$

7. أي دالة مما يلي ليست دالة تربيعية:

(a) $y = (x - 1)(x - 2)$ (b) $y = x^2 + 2x - 3$
(c) $y = 3x - x^2$ (d) $y = -x^2 + x(x - 3)$

8. أي نقطة مما يلي تنتمي إلى منحنى دالة $f(x) = 3x^2 - 5x + 1$ ؟

(a) $(3 , 12)$ (b) $(-1 , -1)$ (c) $(2 , 3)$ (d) $(-2 , 22)$

9. تكون الدالة $f(x) = (a^2 - 4)x^2 - (a - 2)x + 5$ دالة تربيعية لكل a تنتمي إلى:

(a) $\mathbb{R}$ (b) $\mathbb{R} - \{-2 , 2\}$ (c) $\mathbb{R} - \{-2\}$ (d) $\mathbb{R} - \{2\}$

تدرب و تفوق
اختبارات الكترونية ذكية

صفوة معلمي الكويت

UULA.COM
© جميع الحقوق محفوظة

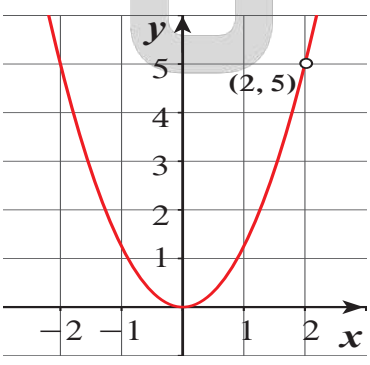
الدوال التربيعية والقطوع المكافئة

معادلة الدالة التي تمثل قطعاً مكافئاً رأسه $(0,0)$ هي: $y = ax^2$

كل نقطة مما يلي تقع على قطع مكافئ رأسه نقطة الأصل، أوجد معادلته وحدد ما إذا كان بيانه مفتوحاً للأعلى أم للأسفل

- $H(-4,-8)$
- $F(-1,6)$

- البيان المقابل يمثل دالة: $y = ax^2$ أوجد معادلة هذه الدالة.



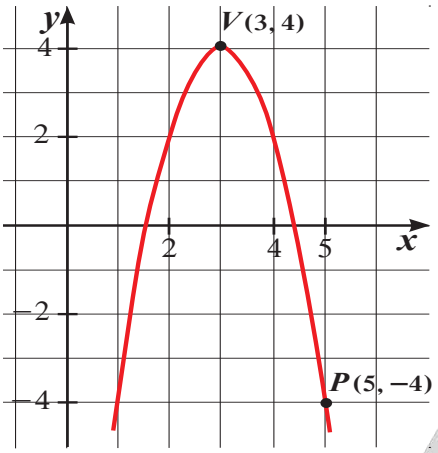
صفوة معلمي الكويت

معادلة القطع المكافئ بدلالة إحداثيات رأسه (h,k).

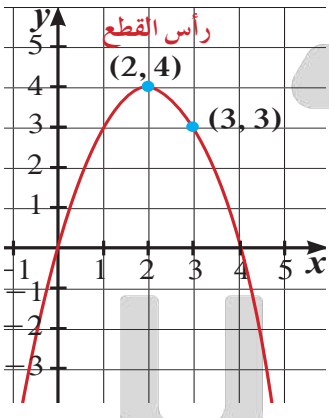
$y = a(x-h)^2+k, a \neq 0, h, k \in \mathbb{R}$

- رأسه (h,k) ومحور تماثله هو الخط $x = h$
- تكون فتحة القطع لأعلى إذا كانت a موجبة ولأسفل إذا كانت a سالبة
- إذا كان $|a| < 1$ فإن الرسم سيكون أوسع من رسم الدالة $y = x^2$
- إذا كان $|a| > 1$ فإن الرسم سيكون أضيق من رسم الدالة $y = x^2$

Q في الشكل المقابل اكتب معادلة القطع المكافئ الذي رأسه $V(3,4)$ ويمر بالنقطة $P(5,-4)$

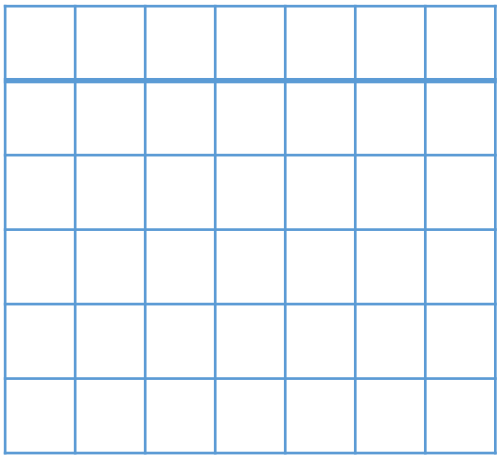


Q أوجد معادلة القطع المكافئ في الرسم المقابل

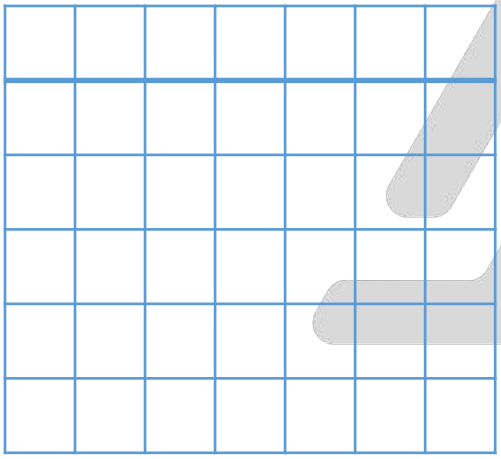


UULA
صفوة معلمي الكويت

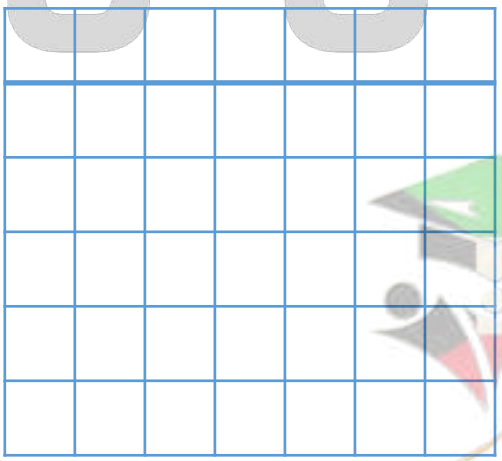
ارسم منحنى الدالة $y = 2(x + 1)^2 - 2$ مستخدماً خواص القطوع المكافئة.



ارسم منحنى الدالة $y = (x + 3)^2 + 1$.

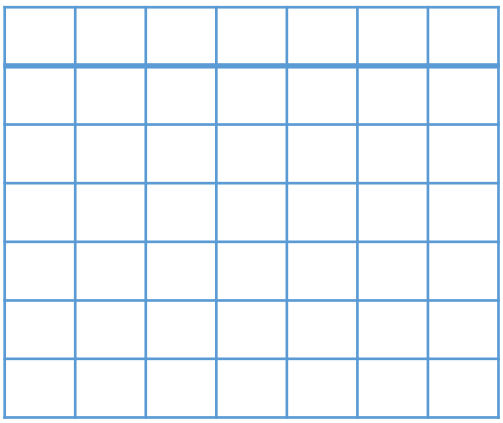


ارسم منحنى الدالة $y = -0.5(x - 2)^2 + 3$.



UULA.COM
© جميع الحقوق محفوظة

ارسم منحنى الدالة $y = -2(x-3)^2 - 1$.



تمارين مشابهة من الكراسة

ارسم منحنى كل دالة من الدوال التالية:

11) $y = (x+3)^2$

12) $y = (x-2)^2$

13) $y = -(x+1)^2$

14) $y = -x^2 + 3$

15) $y = (x+4)^2 + 1$

16) $y = 3(x-2)^2 + 4$

17) $y = -4(x+3)^2$

18) $y = -2(x+1)^2 - 4$

الدوال التربيعية والقطوع المكافئة - التمارين الموضوعية

ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة

1. المعادلة $y = 2x^2 - 2(3-x)^2$ تمثل معادلة قطع مكافئ. (a) (b)
2. القطع المكافئ $y = -\frac{1}{3}(x+2)^2 - 3$ فتحته إلى الأعلى. (a) (b)
3. المعادلة $y = 2(x-1)^2+2$ يكون بيانها أكثر اتساعاً من بيان الدالة $y = \frac{1}{2}x^2 - 2$ (a) (b)
4. توجد عند رأس منحنى الدالة $y = -(x-3)^2 - 2$ قيمة عظمى (a) (b)
5. منحنى القطع المكافئ $y = (-x+2)^2 + 3$ يمر بالنقطة $P(2,3)$ (a) (b)

UULA
صفوة معلمي الكويت

ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

6. الدالة $y = a(3-x)^2-2$ يكون رسمها أوسع من رسم بيان الدالة $y = -2x^2$ إذا كان:

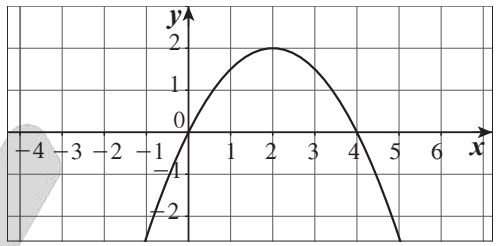
ⓐ $|a| = 2$ ⓑ $|a| > 2$ ⓒ $a < 2$ ⓓ $|a| < 2$

7. معادلة القطع المكافئ $y = 2x^2$ الذي تم إزاحة رأسه وحدتين يساراً و 4 وحدات لأعلى هي:

ⓐ $y = (2x+2)^2 + 4$ ⓑ $y = 2(x-2)^2 + 4$

ⓒ $y = 2(x+2)^2 + 4$ ⓓ $y = 2(x+2)^2 - 4$

8. الشكل أدناه يمثل منحنى قطع مكافئ معادلته هي:



ⓐ $y = (x-2)^2 + 2$

ⓑ $y = \frac{1}{2}(x-2)^2 + 2$

ⓒ $y = -\frac{1}{2}(x-2)^2 - 2$

ⓓ $y = -\frac{1}{2}(x-2)^2 + 2$

9. القطع المكافئ $y = a(x-h)^2+k$ يقطع المحورين على الأكثر في :

ⓐ نقطة ⓑ نقطتين ⓒ 3 نقاط ⓓ 4 نقاط

10. القيمة الصغرى للدالة $y = \frac{1}{3}(3-x)^2 - 2$ هي عند النقطة:

ⓐ $(3\,,-2)$ ⓑ $(-3\,,2)$ ⓒ $(-3\,,-2)$ ⓓ $(3\,,2)$

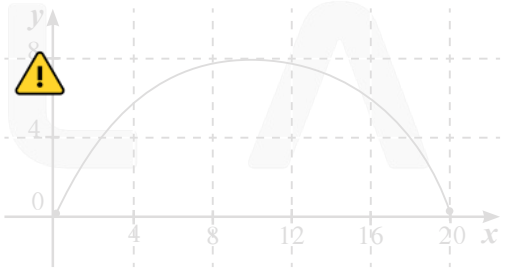
11. يقع جسر على شكل قطع مكافئ فوق نهر، يبلغ البعد بين قاعدتيه 20 m وارتفاعه الأقصى 8 m معادلة القطع المكافئ هي:

ⓐ $y = 0.08(x-10)^2 + 8$

ⓑ $y = -0.08(x-10)^2 + 8$

ⓒ $y = -0.08(x-20)^2 + 8$

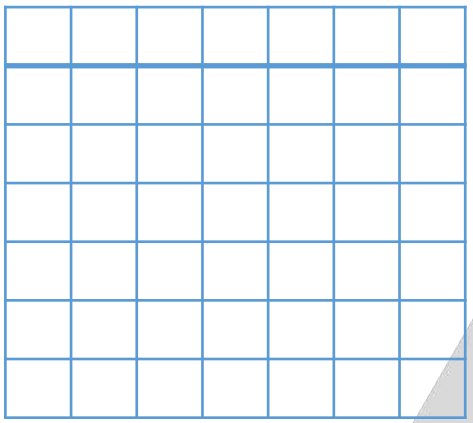
ⓓ $y = -0.08(x+10)^2 + 8$



معلق ⚠

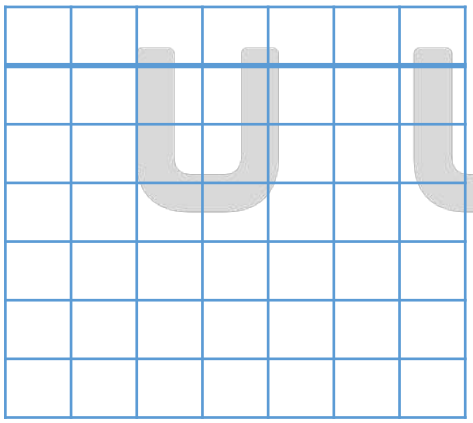
المعكوسات و دوال الجذر التربيعي

- إذا كان (a,b) زوجاً مرتباً من علاقة r فإن (b,a) هو زوجاً مرتباً من معكوس هذه العلاقة r^{-1}
- إذا كانت النقطة (a,b) تنتمي لبيان دالة $f(x)$ فإن النقطة (b,a) تنتمي لبيان معكوس هذه الدالة $f^{-1}(x)$
- معكوس الدالة الخطية هو دالة خطية أيضاً



ارسم الدالة $y = \frac{x-4}{2}$ و معكوسها, ثم اكتب معادلة المعكوس

ارسم الدالة $y = -3x + 5$ و معكوسها, ثم اكتب معادلة المعكوس



UULA.COM
© جميع الحقوق محفوظة
صفوة معلمي الكويت

أوجد معكوس كل دالة مما يلي:

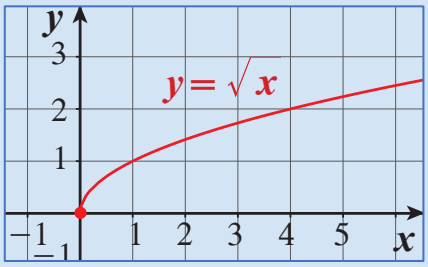
- $y = 2(x + 1) - 3$
- $y = \frac{2x-1}{3}$
- $y = 5x - 4$

- أوجد معكوس الدالة $f(x) = x^2 + 3$ وناقش الحلول.

- أوجد معكوس الدالة $f(x) = (x + 3)^2 - 4$ وناقش الحلول.

UULA
صفوة معلمي الكويت

دوال الجذر التربيعي



المعادلة $y = \sqrt{x}$ دالة جذر تربيعي

مجالها $[0,\infty)$.والمدى هو $[0,\infty)$

$y = \sqrt{x-h}+k$ ينتج من إزاحة لبيان دالة المرجع $y = \sqrt{x}$

ارسم الدالة $y = \sqrt{x-4} - 2$,وعين المجال والمدى للدالة.

ارسم بيانيا: $y = \sqrt{x-2} + 1$ عين المجال والمدى للدالة.

تمارين إضافية من الكراسة

في التمارين ارسم كل دالة جذر تربيعي. ثم اذكر المجال والمدى.

11) $y = -\sqrt{x-1}$

12) $y = -\sqrt{x} + 2$

13) $y = \sqrt{x-4} + 2$

14) $y = -\sqrt{x+3} - 2$

UULA.COM
© جميع الحقوق محفوظة
صفوة معلمي الكويت

المعكوسات ودوال الجذر التربيعي-التمارين الموضوعية

ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة

1. إذا كانت النقطة $M(x\,,y)$ تنتمي لبيان الدالة f فإن النقطة $N(y\,,x)$ تنتمي لبيان معكوس هذه الدالة (a) (b)
2. إذا كانت $f(x)=x+1\,,g(x)=x-1$ فإن الدالتين كل منها معكوس للأخرى (a) (b)
3. المستقيم $y=x$ هو خط انعكاس لبيان دالة f وبيان معكوسها (a) (b)
4. إذا مر بيان دالة بنقطة الأصل فإن بيان معكوسها يمر أيضاً بنقطة الأصل (a) (b)
5. لا يتغير مجال دالة الجذر التربيعي بعد إزاحه بيانها 3 وحدات يميناً (a) (b)

ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

6. إذا انتمت النقطة $A(2\,,3)$ إلى بيان دالة فإن النقطة التي تنتمي إلى بيان معكوس تلك الدالة هي:

(a) $(-2\,,3)$ (b) $(2\,,-3)$ (c) $(3\,,-2)$ (d) $(3\,,2)$

7. بيان الدالة $y=\sqrt{x+2}-2$ هو انسحاب لبيان الدالة $y=\sqrt{x}$:

(a) وحدتين إلى اليسار ووحدتين لأعلى (b) وحدتين إلى اليسار ووحدتين للأسفل
(c) وحدتين إلى اليمين ووحدتين لأعلى (d) وحدتين إلى اليمين ووحدتين للأسفل

8. معكوس الدالة $y=x^2+2$ هو:

معلق ⚠

(a) $y=\sqrt{x-2}$ (b) $y=-\sqrt{x-2}$ (c) $y=\pm\sqrt{x-2}$ (d) ليس أياً مما سبق

9. معكوس الدالة $y=5x-1$ هو:

(a) $y=5x+1$ (b) $y=\frac{x+1}{5}$ (c) $y=\frac{x}{5}+1$ (d) $y=\frac{x}{5}-1$

10. مجال معكوس الدالة $y=\sqrt{x+3}-1$ هو:

(a) $\mathbb{R}$ (b) $(-1\,,\infty)$ (c) $(-\infty\,,1)$ (d) $[-1\,,\infty)$

تدرب و تفوق
اختبارات الكترونية ذكية

صفوة معلمي الكويت

UULA.COM
© جميع الحقوق محفوظة

حل المتباينات

أوجد مجموعة حل المتباينة: $x^2 - x - 6 < 0$.

أوجد مجموعة حل المتباينة: $x^2 + 4x + 3 \leq 0$.

UULA
صفوة معلمي الكويت

أوجد مجموعة حل المتباينة: $-x^2 + 7x - 10 \leq 0$

أوجد مجموعة قيم x التى تحقق المتباينة: $-2x^2 + 5x - 3 > 0$.

تمارين مشابهة من الكراسة

1. أوجد مجموعة حل كل من المتباينات التالية:

a. $(x - 3)(2x + 5) < 0$

b. $2x^2 - 3x - 5 \geq 0$

c. $-3x^2 + 2x < -1$

d. $4x^2 + 12x + 9 \geq 0$

e. $-9x^2 + 6x < 1$

f. $21 + 4x > x^2$

صفوة معلمي الكويت

تطبيق على مجال الدالة

أوجد مجال الدالة:

- $f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$

أوجد مجال الدالة:

- $g(x) = \sqrt{-x^2 + 4x - 3}$

UULA
صفوة معلمي الكويت

أوجد مجال الدالة:

- $h(x) = \sqrt{x^2 - x}$

أوجد مجال الدالة:

- $q(x) = \sqrt{9 - x^2}$

صفوة معلمي الكويت

أوجد مجموعة حل المتباينة: $\frac{3x+7}{x+2} \geq 2$

أوجد مجموعة حل المتباينة: $\frac{3x-5}{-2x+3} \geq 0$

UULA.COM
© جميع الحقوق محفوظة

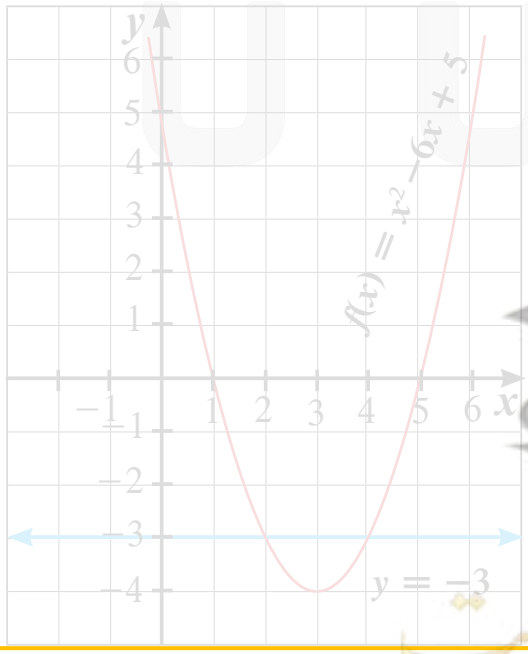
أوجد مجموعة حل المتباينة: $\frac{x^2-5x+3}{x+4} < 3$

أوجد مجموعة حل المتباينة: $\frac{x^2+5x}{x+3} > -2$.

أوجد مجموعة حل المتباينة: $\frac{x^2-5x+6}{x-3} > 0$.

أوجد مجموعة حل المتباينة: $\frac{x^2-49}{x+7} \leq 0$.

يبين الرسم البياني التالي منحنى الدالة $f(x)$ادرس بيانيا كل من المتباينات:



- $f(x) = y$
- $f(x) < y$
- $f(x) \geq y$

معلق

تمارين مشابهة من الكراسة

أوجد مجموعة حل المتباينة:

3) $\frac{x-1}{x^2-4} < 0$ 4) $\frac{x^2-1}{x^2+1} \leq 0$ 5) $\frac{x^2+x-12}{x^2-4x+4} > 0$

6) $\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-3} \leq 0$ 7) $\frac{1}{x} - \frac{2}{x-1} > 0$ 8) $\frac{x}{x+1} + \frac{2}{x-1} \geq 0$

معلق

حل المتباينات-التمارين الموضوعية

ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة

1. مجموعة هل المتباينة $(x+3)^2 > 0$ هي $\mathbb{R}$ (a) (b)
2. كل x ينتمي للفترة $(0, \infty)$ هو حل للمتباينة $\frac{x-1}{x^2-x} \geq 0$ (a) (b)
3. مجموعة حل المتباينة $(x+3)^2 + 2 < 1$ هي المجموعة الخالية $\emptyset$ (a) (b)
4. مجموعة حل المتباينة $\frac{x+2}{x+1} \geq 1$ هي $(-1, \infty)$ (a) (b)
5. مجموعة حل المتباينة $(-x-3)^2 < 0$ هي $\{3\}$ (a) (b)

ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

6. المعادلة المناظرة للمتباينة $3(x+1)(x+\frac{1}{3}) \leq 2$ هي:

معلق

(a) $-3x^2 + 2x - \frac{5}{3} = 0$ (b) $x^2 + \frac{4}{3}x + 1 = 0$
(c) $-3x^2 + 4x - 3 = 0$ (d) $-3x^2 + 2x + 1 = 0$

7. إن مجموعة حل المتباينة $(1-2x)(4+5x) < 0$ هي:

(a) $(-\frac{4}{5}, \frac{1}{2})$ (b) $(-\infty, \frac{-4}{5}) \cup (\frac{1}{2}, \infty)$
(c) $(-\infty, -\frac{1}{2}) \cup (\frac{4}{5}, \infty)$ (d) $(-\infty, -\frac{4}{5}) \cup (-\frac{1}{2}, \infty)$

8. إن مجموعة حل المتباينة $\frac{(x^2+1)(x-3)}{x-3} > 0$ هي:

(a) $\mathbb{R}$ (b) $\mathbb{R}^*$ (c) $\mathbb{R} - \{3\}$ (d) $\mathbb{R} - \{0, 3\}$

9. المتباينة التي مجموعة حلها $[-2, 3]$ هي:

(a) $x^2 - x - 6 < 0$ (b) $x^2 - x - 6 \leq 0$
(c) $x^2 - x - 6 > 0$ (d) $x^2 - x - 6 \geq 0$

10. مجموعة حل المتباينة $x^2 + |x| > 0$ هي:

معلق ⚠

ⓐ $\mathbb{R}$ ⓑ $(0, \infty)$ ⓒ $\mathbb{R} - \{0\}$ ⓓ ليس أياً مما سبق

11. إذا كانت $f(x) = \frac{x(x+1)}{(2x-3)(3x+2)}$ فإن قيم x التي تجعل f غير معرفة هي:

ⓐ $\{\frac{2}{3}, -\frac{3}{2}\}$ ⓑ $\{\frac{-2}{3}, \frac{3}{2}\}$ ⓒ $\{\frac{2}{3}, \frac{3}{2}\}$ ⓓ $\{\frac{-2}{3}, -\frac{3}{2}\}$

12. مجموعة حل المعادلة $x^2 + |x| - 2 = 0$ هي:

ⓐ $\{1, -2\}$ ⓑ $\{-1, 2\}$ ⓒ $\{-1, 1\}$ ⓓ $\{-2, 2\}$

معلق ⚠

13. إذا كانت $f(x) = -3x^2 + x - \frac{1}{12}$ فإن قيم x التي تجعل $f(x)$ غير موجبة ولا تساوي الصفر هي:

ⓐ $\{-\infty, 0\}$ ⓑ $\{0, \infty\}$ ⓒ $\{\frac{1}{6}\}$ ⓓ $\mathbb{R} - \{\frac{1}{6}\}$

تدرب و تفوق

اختبارات الكترونية ذكية

UULA UULA

UULA

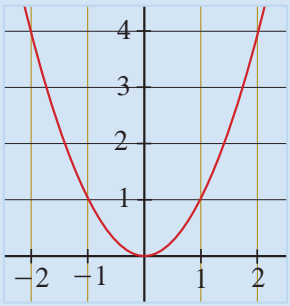
صفوة معلمي الكويت

UULA.COM
© جميع الحقوق محفوظة

دوال القوى ومعكوساتها

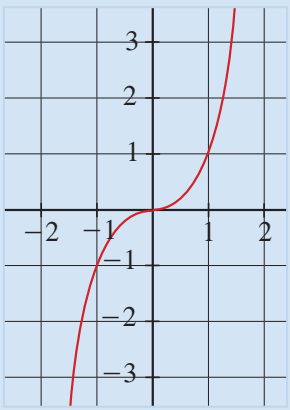
الدوال الزوجية والدوال الفردية

تعريف



1. تكون الدالة $y = f(x)$ التى مجالها D دالة زوجية إذا وفقط إذا كان:
   - $\forall x \in D , -x \in D$
   - $f(-x) = f(x)$

المحور الصادى هو محور تماثل (تناظر) لبيان كل دالة زوجية.



2. تكون الدالة $y = f(x)$ التى مجالها D دالة فرديةإذا وفقط إذا كان:
   - $\forall x \in D , -x \in D$
   - $f(-x) = -f(x)$

نقطة الأصل هى نقطة تماثل (تناظر) لبيان كل دالة فردية.

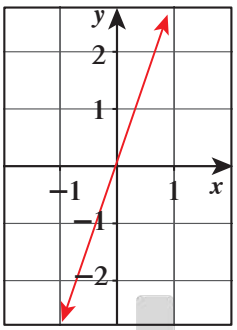
بين ما إذا كانت كل دالة مما يلي زوجية أو فردية أو ليست زوجية وليست فردية.

- $f(x) = 2x^7$
- $y = -x^8$
- $y = (x + 2)^2$

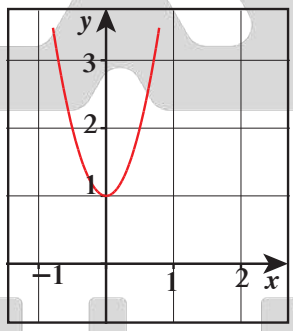
UULA
صفوة معلمي الكويت

- $h(x) = 4$
- $f_1(x) = x^5$
- $f_2(x) = x$
- $f_3(x) = 2x^4$
- $f_4(x) = (x+3)^3$

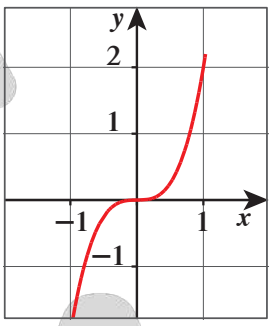
- الأشكال التالية تمثل دوالاً.صف تماثل كل ثم وضح هل هى فرديه أم زوجية أم ليست فردية وليست زوجية.



▪ $y = 3x$



▪ $y = 4x^2 + 1$



▪ $y = 2x^3$

UULA.COM
© جميع الحقوق محفوظة

أوجد معكوس الدالة:

- $y = 2x^4$
- $y = 5x^3$
- $f(x) = \sqrt{x+2}$
- $f(x) = \sqrt{x-4}$

دوال القوى ومعكوساتها-التمارين الموضوعية

ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة

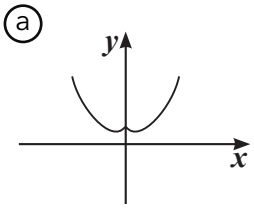
1. $y = \sqrt{x^4}$ دالة قوى — (a) (b)
2. $f: [-3, 3] \to \mathbb{R}, f(x) = x^5$ دالة فردية — (a) (b)
3. $y = x\sqrt{x}$ دالة زوجية — (a) (b)
4. $y = (x+4)^2$ دالة زوجية — (a) (b)
5. المستقيم الذي معادلته $y = x$ هو خط تناظر بين النقاط التي تمثل العلاقة r والنقاط التي تمثل معكوسها — (a) (b)

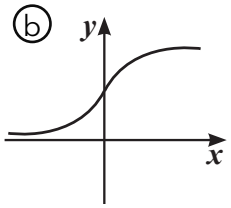
ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

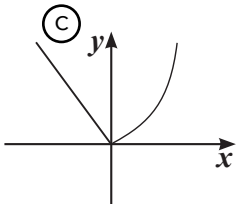
6. معكوس دالة القوى $y = 0.2x^4$ هو:

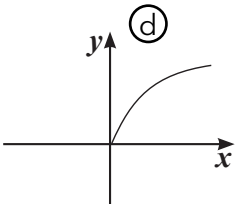
(a) $y = \sqrt[4]{\frac{x}{0.2}}$ (b) $y = \pm\sqrt[4]{\frac{x}{0.2}}$ (c) $y = \pm\sqrt[4]{\frac{x}{2}}$ (d) $y = -\sqrt[4]{5x}$

7. أي مما يلي تمثل دالة زوجية:

ⓐ 

ⓑ 

ⓒ 

ⓓ 

8. الدالة $y = 4.9t^2$ دالة زوجية إذا كان مجالها:

ⓐ $[-4, 4)$ ⓑ $[-4, 2)$ ⓒ $[-2, 2]$ ⓓ $[0, \infty)$

9. إذا كانت $f(x) = \frac{x^3}{64}, f: [-4, 4] \to \mathbb{R}$ فإن مجال f^{-1} هو:

ⓐ $\mathbb{R}$ ⓑ $\mathbb{R}^+$ ⓒ $[-4, 4]$ ⓓ $[-1, 1]$

10. ليكن بيان f^{-1} كما هو موضح في الشكل المقابل بيان f يمكن أن يكون:

معلق ⚠

ⓐ

ⓑ

ⓒ

ⓓ

اختر من القائمة (2) ما يناسب السؤال في القائمة (1) لتحصل على إجابة صحيحة.

القائمة (1)		القائمة (2)
11. بيان دالة زوجية متماثل حول:	◯	ⓐ المستقيم الذي معادلته $x = 0$
		ⓑ المستقيم الذي معادلته $y = 0$
12. بيان دالة فردية متماثل حول:	◯	ⓒ المستقيم الذي معادلته $y = x$
		ⓓ نقطة الأصل

تدرب و تفوق
اختبارات الكترونية ذكية





صفوة معلمي الكويت

الدوال الحدودية

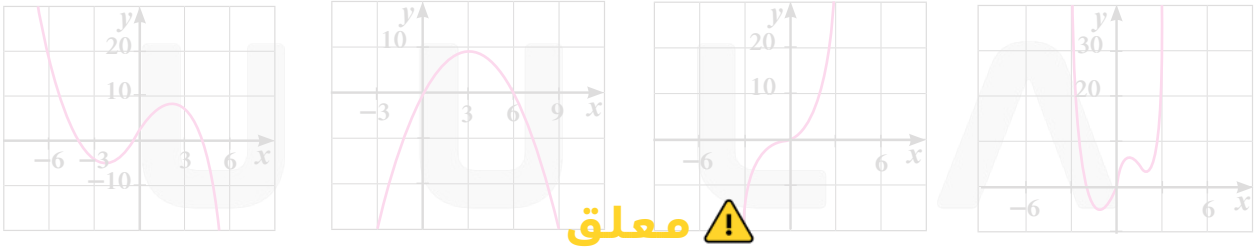
الحدودية	الدرجة	الاسم باستخدام الدرجة	عدد الحدود	الاسم باستخدم عدد الحدود
6	الصفرية	ثابتة	1	أحادية
$x+3$	الأولى	خطية	2	ثنائية
$3x^2+5x-2$	الثانية	تربيعية	3	ثلاثية
$2x^3+5x^2$	الثالثة	تكعيبية	2	ثنائية
$-x^4+x^3-1$	الرابعة	ذات القوة الرابعة	3	ثلاثية

اكتب كل كثيرة حدود بالصورة العامة ثم صنفها تبعا للدرجة وعدد الحدود.

- $4x-6x+5$
- $3x^3+x^2-(4x+2x^3)$
- $6-2x^5$

سلوك النهاية

سلوك النهاية لمنحنى دالة يصف امتداد طرفيه الأيمن والأيسر



معلق

وضح سلوك النهاية لبيان كل دالة كثيرة الحدود.

- $y=4x^3-3x$

صفوة معلمي الكويت

- $f(x) = -2x^4 + 8x^3 - 8x^2$

- $g(x) = x^2 - 4x + 3$

- $h(x) = -x^3 + 2x + 2$

- $y = -x^3 + 2x^2 + 6$

معلق ⚠

- $y = 4x^4 - 3x$

- $f(x) = 2x^3 - x$

- $h(x) = x - x^4 = -x^4 + x$

صفوة معلمي الكويت

الدوال الحدودية-التمارين الموضوعية

ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة

1. كثيرة الحدود $f(x) = ax^3 + (a+2)x^2 + 5 \, , \forall a \in \mathbb{R}$ هي من الدرجة الثالثة — (a) (b)
2. المعامل الرئيسي لكثيرة الحدود $f(x) = 2x^5 - 3x^3(1-x^2)$ هو 2 — (a) (b)
3. كثيرة الحدود $(x+1)(1-x^2)^3$ هي من الدرجة السابعة — (a) (b)
4. إذا كانت الدالة الحدودية من الدرجة n فإن لها n حداً. — (a) (b)

ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

5. $(x+1)^3$ يساوي:

(a) $x^3 + 1$
(b) $(x+1)(x^2+x+1)$
(c) $x^3 + 3x^2 + 3x + 1$
(d) $x^3 + x^2 + x + 1$

6. أي مما يلي يساوي $2x^4 - 3x + 6$ ؟

(a) $(x^4 - 2x^2 + 3) - (x^4 - x^2 - 9)$
(b) $2x^4 - 3(x+6)$
(c) $(3x^4 - x + 3) + (3 - 2x - x^4)$
(d) $x(2x^3 - 3x) + 6$

7. سلوك نهاية الدالة هو:

(a) (↖,↗) (b) (↙,↘) (c) (↙,↗) (d) (↖,↘)

8. سلوك نهاية الدالة: $f(x) = x^4 - 2x^5$

(a) (↖,↗) (b) (↙,↘) (c) (↙,↗) (d) (↖,↘)

9. سلوك نهاية الدالة: $= 2x + x^3 + 5$ (

(a) (↖,↗) (b) (↙,↘) (c) (↙,↗) (d) (↖,↘)

10. سلوك نهاية الدالة: $f(x) = -x^6 + 7x$

(a) (↖,↗) (b) (↙,↘) (c) (↙,↗) (d) (↖,↘)

11. سلوك نهاية الدالة: $g(x) = \frac{1}{2}x^4 - 2$

(a) (↖,↗) (b) (↙,↘) (c) (↙,↗) (d) (↖,↘)

⚠ معلق

صفوة معلمي الكويت

العوامل الخطية لكثيرات الحدود

- اكتب التعبير $(x+5)(x+2)(x+1)$ ،في شكل كثيرة حدود في الصورة العامة

- اكتب التعبير $(x-2)(x+1)(x+1)$ ،في شكل كثيرة حدود في الصورة العامة

- حلل كثيرة الحدود: $2x^3+10x^2+12x$ إلى عوامل ثم تحقق

- حلل كثيرة الحدود: $12x^3-12x^2+3x$ إلى عوامل ثم تحقق

صفوة معلمي الكويت

أوجد أصفار $y = (x-2)(x+1)(x+3)$ ، ثم ارسم بيانا تقريبيا للدالة مراعيا سلوك نهاية الدالة.



صفوة معلمي الكويت

أوجد أصفار الدالة $y = (x-7)(x-5)(3-x)$ ، ثم ارسم بيانا تقريبيا للدالة مراعيا سلوك نهاية الدالة.

⚠ معلق

نظرية العامل

المقدار $(x-a)$ هو عامل خطي لكثيرة الحدود $\Leftrightarrow$ a صفراً من أصفار كثيرة الحدود.

اكتب دالة كثيرة حدود في الصورة العامة حيث أصفارها: $1, 2-, 4-$

اكتب دالة كثيرة حدود في الصورة العامة حيث أصفارها: $0, 2-, 4-$

صفوة معلمي الكويت

اكتب دالة كثيرة حدود في الصورة العامة حيث 3 صفر مكرر مرتين و 1- صفر بسيط.

العوامل الخطية لكثيرات الحدود-التمارين الموضوعية

ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة

1. إذا كانت f تقبل القسمة على $(2x+3)$ فإن $f\left(\frac{3}{2}\right)=0$ (a) (b)
2. إذا كانت $(x+2)$ عامل من عوامل الحدودية g فإن $g(-2)=0$ (a) (b)
3. إذا قبلت $f(x)=x^4-2x^2+k+1$ القسمة على x فإن $k=-1$ (a) (b)
4. باقي قسمة حدودية من الدرجة n على حدودية من الدرجة الأولى هو عدد ثابت (a) (b)
5. $(x+1)$ عامل من عوامل الحدودية $P(x)=x^3-x^2-2x$ (a) (b)

ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

6. إذا كان $x=-2a$ صفراً من أصفار كثيرة حدود فإن أحد عواملها هو:

معلق ⚠

(a) $(x-2a)$ (b) $(2x+a)$ (c) $(2x-a)$ (d) $(x+2a)$

7. أي من المقادير التالية إذا ضرب في $(x-1)$ يصبح الناتج كثيرة حدود تكعيبية ثلاثية

(a) $(x-1)^2$ (b) x^2-x (c) x^2-1 (d) x^2+1

8. ليكن بيان f كما في الشكل المرسوم فإن مجموعة حل المعادلة $f(x)=0$ هي:

(a) $\{-1, 2, 3\}$ (b) $\{1, -2, -3\}$
(c) $\{-1, 0, 2, 3\}$ (d) $\{0\}$

معلق ⚠

9. شبه مكعب أبعاده $3x$, $2x-3$, $2x+3$ فتكون دالة الحجم $f(x)$ تساوي:

(a) $4x^2-9$ (b) $3x(4x^2+9)$ (c) $12x^2-9x$ (d) $12x^3-27x$

10. قيمة k التي تجعل $(x-1)$ عاملاً من عوامل $f(x)=(x^2+x-2)+2k$ هي:

(a) 1 (b) 2 (c) 0 (d) $\frac{1}{2}$

11. $f(x) = x^3 - x$ تقبل القسمة على $x - k$ إذا كان k ينتمي إلى المجموعة:

ⓐ $\{0\}$ ⓑ $\{-1\}$ ⓒ $\{1\}$ ⓓ $\{0, -1, 1\}$

12. إذا كانت $f(x)$ تقبل القسمة على $(x - 2)^2$ فإن: **معلق**

ⓐ $x = 2$ صفراً من أصفار الدالة f

ⓑ $x = 2$ صفر مكرر من أصفار الدالة f

ⓒ $x = -2$ صفراً من أصفار الدالة f

ⓓ $x = -2$ صفر مكرر من أصفار الدالة f

13. $x + m$ عامل من عوامل:

ⓐ $f(x) = x^2 + m$ ⓑ $f(x) = x^3 + mx$

ⓒ $f(x) = x^3 + mx^2$ ⓓ $f(x) = x^2 + m^2$

تدرب و تفوق

اختبارات الكترونية ذكية





صفوة معلمي الكويت

قسمة كثيرات الحدود

القسمة المطولة:

أوجد ناتج كل مما يلي.

$$x+2 \;\overline{)\; x^2+5x+6}$$

$$x-8 \;\overline{)\; 2x^2-19x+24}$$

تحقق ما إذا كان كل مقسوم عليه هو من عوامل المقسوم.

$(x^3-x+1)\div(x+1)$

$(x^3+4x^2+x-6)\div(x+2)$

UULA
صفوة معلمي الكويت

استخدم القسمة التركيبية

استخدم القسمة التركيبية لقسمة $\boldsymbol{x^3 - 3x^2 - 6x + 8}$ على $\boldsymbol{(x + 2)}$
أوجد باقي العوامل.

استخدم القسمة التركيبية لقسمة $\boldsymbol{x^3 - 2x^2 - 5x + 6}$ على $\boldsymbol{(x + 2)}$
استخدم الإجابة لتحليل $x^3 - 2x^2 - 5x + 6$ إلى عوامل.

استخدم القسمة التركيبية لقسمة $x^3 + 2x^2 + x - 5$ على $(x + 3)$

استخدم القسمة التركيبية لقسمة $x^3 + 4x^2 + x - 6$ على $(x + 1)$

UULA
صفوة معلمي الكويت

مبنى على شكل شبه مكعب , يعطى حجمه بالعلاقة $V = x^3 + 4x^2 - x - 4$

a. إذا كان: $(x + 4)$أحد أبعاد المبنى. فأوجد البعدين الآخرين.

معلق ⚠

b. إذا كان أصغر أبعاد المبنى يساوي $10m$ فأوجد البعدين الآخرين.

نظرية الباقي

إذا قسمت كثيرة الحدود $f(x)$ من الدرجة $n \geq 1$ على $(x - a)$حيث a ثابت ,فإن باقي القسمة هو $f(a)$

استخدم نظرية الباقي لإيجاد باقي قسمة $\mathbf{f(x) = x^4 - 5x^2 + 4x + 12}$ على $(x + 4)$ ثم تحقق باستخدام القسمة التركيبية.

استخدم نظرية الباقي لإيجاد باقي قسمة $\boldsymbol{f(x) = 2x^4 + 6x^3 - 5x^2 - 60}$ على $(x + 1)$ ثم تحقق باستخدام القسمة التركيبية.

صفوة معلمي الكويت

قسمة كثيرات الحدود-التمارين الموضوعية

ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة

1. إذا كان باقي قسمة كثيرة الحدود $f(x)$ على $(x+a)$ يساوي صفراً فإن a عامل من عوامل f (a) (b)
2. الدالة $f(x)=(x-2)^2-1$ تقبل القسمة على $(x-1)$ (a) (b)
3. باقي قسمة (x^3+a^3) على $(x-a)$ هو $2a^3$ (a) (b)
4. ناتج قسمة حدودية من الدرجة n حيث $n \geq 2$ على حدودية من الدرجة الثانية تكون حدودية من الدرجة $(n-2)$ (a) (b)
5. ناتج قسمة حدودية من الدرجة السادسة على حدودية من الدرجة الثالثة تكون حدودية من الدرجة الثانية. (a) (b)

ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

6. باقي قسمة $f(x)$ على $g(x)=x-k$ هو:

(a) $g(k)$ (b) $f(k)$ (c) $f(-k)$ (d) $-k$

7. باقي قسمة (x^4+2) على $(x-3)$ هو:

(a) 3 (b) 27 (c) 81 (d) 83

8. ناتج قسمة $(2x^4-8x^2)$ على $(x+2)$ هو:

(a) $2x^3-4x^2$ (b) $2x^3-8x^2$ (c) x^3-4x^2 (d) $2x^3-4x^2+2x$

9. إذا كان 0 هو باقي قسمة $f(x)=2x^3-4x^2+kx-1$ على $(x+1)$ فإن $k=$

(a) 7 (b) -7 (c) -3 (d) 3

10. إذا كان باقي قسمة $f(x)=x^4-kx^2+x-k$ على $(x-1)$ هو 3 فإن $k=$

(a) $\frac{1}{2}$ (b) 3 (c) $-\frac{1}{2}$ (d) $\frac{5}{2}$

11. إذا كان $f(-1)=f(0)=f(3)=-2$ فإن $f(x)$ يمكن أن تكون:

(a) x^3-x^2+3x-2 (b) x^3-2x^2-3x
(c) $2x^3-2x^2-3x-2$ (d) $2x^3-4x^2-6x-2$

حل معادلات كثيرات الحدود

حل المعادلات بالتحليل

أوجد مجموعة حل كل معادلة مما يلي:

- $4x^3 - 16x^2 - 20x = 0$
- $3x^3 + 6x^2 - 9x = 0$
- $2x^3 = 3x - 5x^2$

حل المعادلات باستخدام المميّز:

أوجد مجموعة حل كل معادلة مما يلي:

- $x^3 - x^2 - 3x = 0$
- $2x^3 - 4x^2 = 10x$

UULA.COM
© جميع الحقوق محفوظة
صفوة معلمي الكويت

حل المعادلات بالتقسيم:

أوجد مجموعة حل كل معادلة مما يلي:

- $x^3 - 3x = 6 - 2x^2$
- $x^3 + 2x^2 - 4x = 8$

الحل باستخدام الأصفار النسبية الممكنة

أوجد مجموعة حل المعادلة:

- $x^3 + 2x^2 - 4x = 8$

UULA
صفوة معلمي الكويت

أوجد مجموعة حل المعادلة:

- $x^3 - 4x^2 + 3 = 0$

أوجد مجموعة حل المعادلة:

- $x^3 + x^2 - 4x - 4 = 0$

UULA.COM
© جميع الحقوق محفوظة
صفوة معلمي الكويت

Q $x^4 - 3x^3 + x^2 + 3x = 2$

UULA
صفوة معلمي الكويت

أوجد مجموعة حل المعادلة:

Q $x^4 - 3x^3 - 7x^2 + 27x = 18$



UULA

حل معادلات كثيرات الحدود-التمارين الموضوعية

ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة

1. مجموعة حل المعادلة $9x^2 + 16 = 0$ هي $\left\{-\frac{4}{3}, \frac{4}{3}\right\}$ (a) (b)
2. مجموعة حل المعادلة $2x^3 + 2 = 0, x \in \mathbb{R}$ هي مجموعة أحادية (a) (b)
3. إذا كانت $2k$ تنتمي إلى مجموعة حل المعادلة $(4x^2 + 1)\left(\frac{x^2}{4} - 1\right) = 0$ فإن $k \in \{-1, 1\}$ (a) (b)

صفوة علمي الكويت

4. إن $\{1\}$ هي مجموعة حل المعادلة $3x^4 + 12x^2 - 15 = 0$ ⓐ ⓑ

5. يمكن أن يكون $\frac{2}{3}$ صفراً للحدودية $f(x) = 2x^3 + bx^2 - cx - 3$ حيث $b, c \in \mathbb{R}$ ⓐ ⓑ

معلق ⚠

ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

6. 5 يمكن أن يكون صفراً من أصفار الحدودية $f(x)$ تساوي:

ⓐ $ax^3 + x^4 + 5$
ⓑ $x^5 - 1$
ⓒ $5x^3 + 6x - 1$
ⓓ $(x + 5)(x^2 + 25)$

7. أي قيمة مما يلي **ليست** حلاً للمعادلة $x^4 - 10x^2 + 9 = 0$

ⓐ -1 ⓑ -3 ⓒ 3 ⓓ 2

8. إذا كان $f(m) = f(n) = f(-1) = 0$ فإن f ممكن أن تكون:

ⓐ $f(x) = (x - 1)(x + m)(x + n)$
ⓑ $f(x) = (x - 1)(x - m)^2(x - n)$
ⓒ $f(x) = (x + 1)(x - m)(x - n)^2$
ⓓ $f(x) = (x + 1)(x - mn)$

اختر من ما يناسب كل تمرين في القائمة لتحصل على إجابة صحيحة.

9. مجموعة حل $f(x) = 0$ هي $\{3, 2, -1\}$ ∴ بيان الدالة f يمكن أن يكون:

10. مجموعة حل $f(x) = 0$ هي $\{2, -1\}$ ∴ بيان الدالة f يمكن أن يكون

11. مجموعة حل $f(x) = 0$ هي $\{3, -2, 1\}$ ∴ بيان الدالة f يمكن أن يكون

معلق ⚠

ⓐ ⓑ ⓒ ⓓ

تدرب و تفوق
اختبارات الكترونية ذكية

صفوة معلمي الكويت

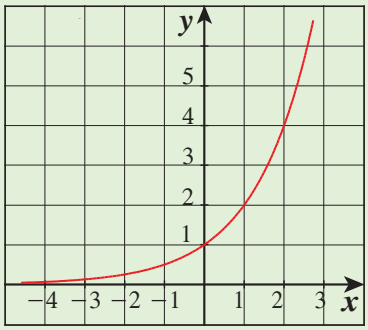
UULA.COM
© جميع الحقوق محفوظة

استكشاف النماذج الأسية

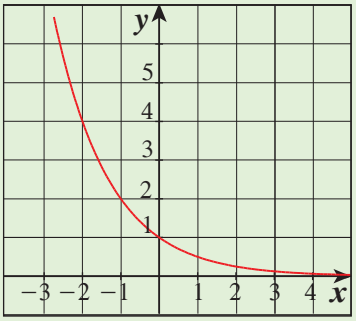
الدالةالأسية تكون من الشكل:

$y = a(b)^x : \forall x \in \mathbb{R}$, $a \in \mathbb{R}^*$ عدد ثابت , $b \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$ الأساس

- عندما تكون $b > 1$
- فإن الدالة تمثل نمواً أسياً
- ويكون bهو عامل النمو



- عندما تكون $0 < b < 1$
- فإن الدالة تمثل تضاؤلاً أسياً
- ويكون bهو عامل التضاؤل



مثل بيانيا كلا من الدوال التالية, ثم بين ما إذا كانت تمثل نموا أسيا أو تضاؤلا أسيا وحدد العامل.

a $y = 4(2)^x$

x					

a $y = 2^x$

x					

Q $y = 3^x$

x					

Q $y = 4\left(\frac{1}{2}\right)^x$

x						

Q $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$

x					

UULA.COM
© جميع الحقوق محفوظة

$y = 2(0.1)^x$

x					

اكتب دالة أسية بالصورة $y = ab^x$ يمر بيانها بالنقطتين: $H(2,4)$, $S(3,16)$

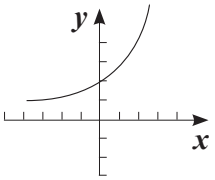
اكتب دالة أسية : $y = ab^x$, يمر بيانها بالنقطتين: $P(2,2)$, $Q(3,4)$

UULA
صفوة معلمي الكويت

استكشاف النماذج الأسية-التمارين الموضوعية

ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة

1. الدالة $y = 3(2)^2$ تمثل تضاؤلاً أسياً
   (a) (b)
2. الدالة $y = 2(\frac{1}{3})^{-x}$ تمثل نمواً أسياً
   (a) (b)
3. عامل النمو للدالة $y = \frac{1}{3}(2)^{2x}$ هو 2
   (a) (b)
4. إذا كان بيان الدالة $y = b^x$ كما في الشكل المقابل فإن $b > 1$
   (a) (b)

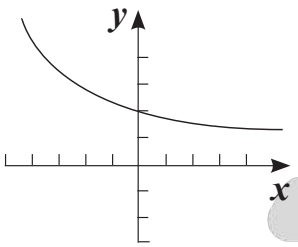


ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

5. عامل النمو للدالة $y = \left(\left(\frac{1}{3}\right)^{-2}\right)^x$

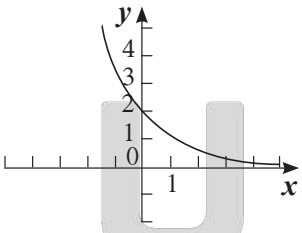
(a) $\frac{1}{3}$ (b) $\frac{1}{9}$ (c) 3 (d) 9

6. ليكن بيان الدالة: $y = 2b^x$ كما في الشكل المقابل فإن b يمكن أن تساوي:



(a) -2 (b) 0
(c) $\frac{1}{2}$ (d) 2

8. أي من الدوال الأسية التالية يمكن أن يمثلها الرسم البياني المقابل



(a) $y = \frac{1}{3}(2)^x$ (b) $y = 2(\frac{1}{3})^x$
(c) $y = -3(2)^x$ (d) $y = -2(3)^x$

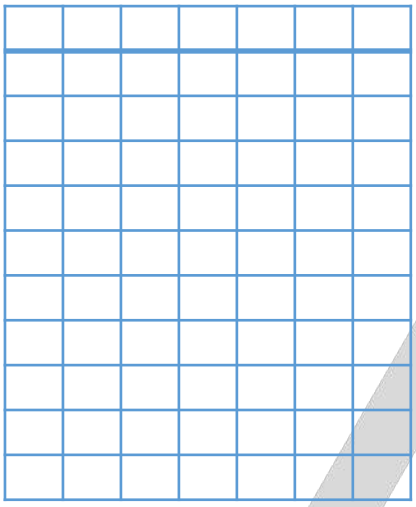
تدرب و تفوق

اختبارات الكترونية ذكية

UULA.COM
© جميع الحقوق محفوظة
صفوة معلمي الكويت

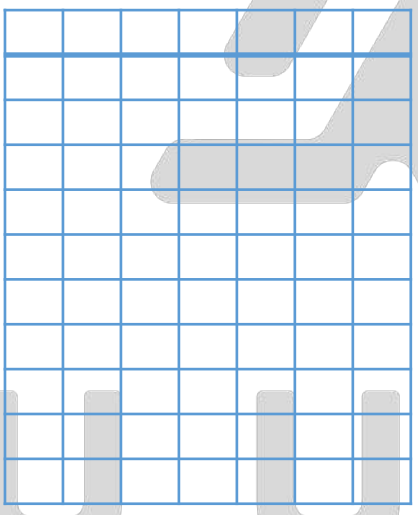
الدوال الأسية و تمثيلها بيانيا

مثل بيانيا كلا من: $y = 3^x, y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ في نفس المستوى الإحداثي.



x	3^x	3^{-x}

مثل بيانيا كلا من: $y = 5^x, y = \left(\frac{1}{5}\right)^x$ في نفس المستوى الإحداثي.



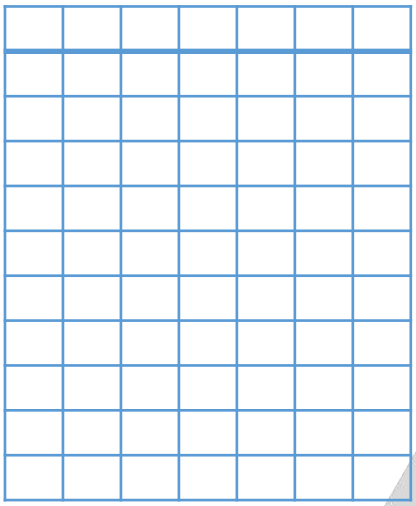
x	5^x	5^{-x}

نتيجة: بيان الدالة $y = b^{-x}$
ينتج من انعكاس بيان الدالة $y = b^x$ في المحور الصادي $b \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$

صفوة معلمي الكويت

مثل بيانيا في نفس المستوي الإحداثي.

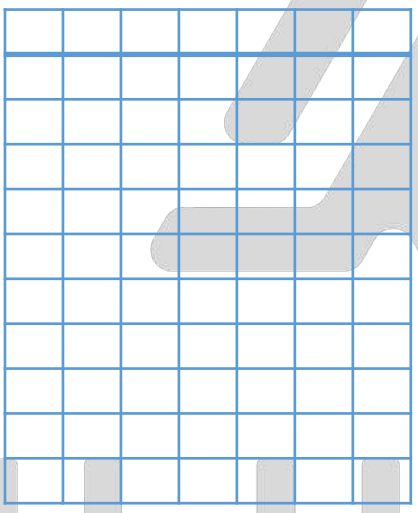
$y = -\frac{1}{2}(2)^x$ $y = \frac{1}{2}(2)^x$



x	$\frac{1}{2}(2)^x$	$-\frac{1}{2}(2)^x$

مثل بيانيا في نفس المستوي الإحداثي.

$y = -4(2)^x$ $y = 4(2)^x$



x	$4(2)^x$	$-4(2)^x$

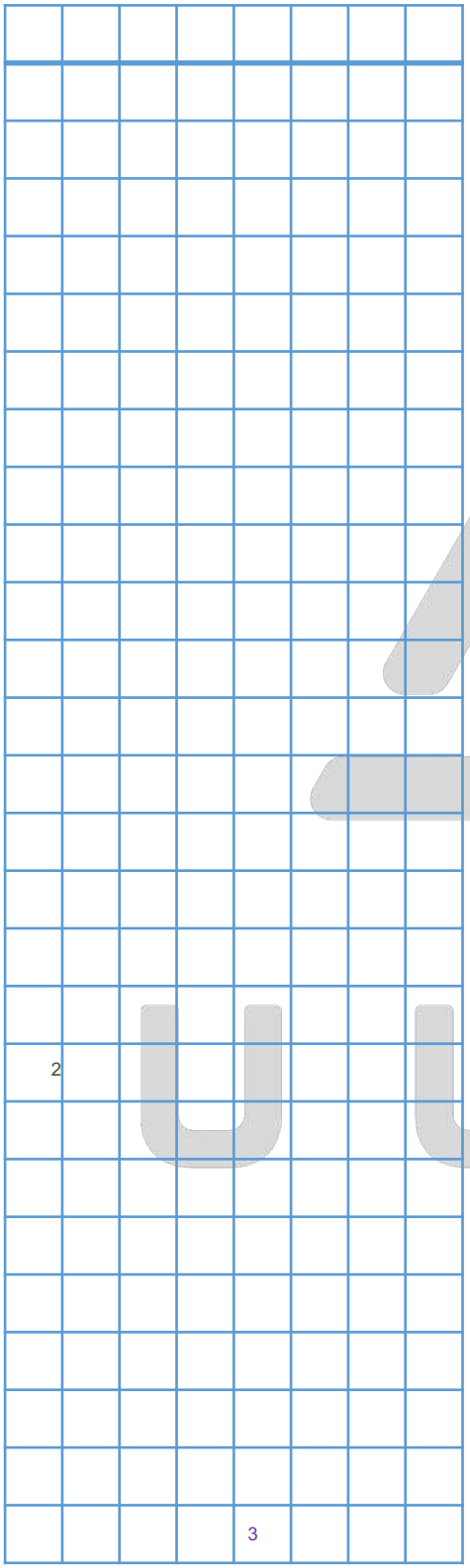
نتيجة: بيان الدالة $y = -b^x$
ينتج من انعكاس بيان الدالة $y = b^x$ في المحور السيني

$b \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$

مثل كل دالة مما يلي وذلك بانسحاب لبيان دالة المرجع: $y = 2(3)^x$

- $y_1 = 2(3)^{x+1}$
- $y_2 = 2(3)^x - 4$
- $y_3 = 2(3)^{x-3}+1$

x	y



- التمثيل البياني للدالة: $y = a(b)^{rx}$ ▪ $a \in \mathbb{R}^*, r \in \mathbb{R}^*, b \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$

مثل بيانيا الدالة: $f(x) = \frac{1}{9}(3)^{2x}$

x	

مثل بيانيا الدالة: $f(x) = \frac{1}{9}(3)^{2x} - 1$

x	

معلق

الدوال الأسية وتمثيلها بيانياً - التمارين الموضوعية



ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة

1. جميع الدوال الأسية على الصورة: $y = ab^x \; a \neq 0 \, , b > 0 \, , b \neq 1$ متقاطعة (a) (b)
2. بيان الدالة $y = -2^x$ هو انعكاس في محور السينات لبيان الدالة $y = 2^x$ (a) (b)
3. بيان الدالة $y = -(3)^x$ هو انعكاس في محور الصادات لبيان الدالة $y = -(3)^{-x}$ (a) (b)
4. بيان الدالة $y = 3(5)^{x-2}$ هو انسحاب لبيان الدالة $y = 3(5)^x$ بمقدار وحدتين جهة اليمين (a) (b)
5. بيان الدالة $y = 3(2)^x$ يقطع جزءاً من محور الصادات قدره 3 (a) (b)

صفوة معلمي الكويت

ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

6. لتكن $y = 3\left(\frac{1}{2}\right)^{x+1} + 5$ فإن دالة المرجع لها يمكن أن تكون:

ⓐ $y = 3(2)^x$ ⓑ $y = 3(2)^{-x}$ ⓒ $y = 3(\frac{1}{2})^{x+1}$ ⓓ $y = (\frac{1}{2})^x$

7. باستخدام بيان الدالة $y = \frac{1}{3}(4)^x$ كدالة مرجع يمكن رسم بيان الدالة:

ⓐ $y = 3(4)^x$ ⓑ $y = 3(4)^{-x}$ ⓒ $y = \frac{1}{3}(2)^{2x} + 1$ ⓓ $y = \frac{1}{3}(2)^{3x}$

8. قيمة a التي تجعل بيان الدالة $y = 8\left(\frac{1}{2}\right)^{(a+2)x} + 3$ خطاً أفقياً هي:

ⓐ -3 ⓑ -2 ⓒ -8 ⓓ 0

9. بيان الدالة $f(x) = 3(5)^x - 1$ هو انعكاس في محور الصادات لبيان الدالة : $g(x) =$

ⓐ $3(5)^x + 1$ ⓑ $3(5)^{-x} - 1$ ⓒ $3(5)^x + 1$ ⓓ $3(5)^{-x} + 1$

10. يمكن رسم بيان الدالة $y = \frac{1}{2}(5)^{x+2} - 3$ باستخدام بيان الدالة $y = \frac{1}{2}(5)^x$ بانسحاب

ⓐ وحدتين لليسار و 3 وحدات لأسفل ⓑ وحدتين لليمين و 3 وحدات لأسفل
ⓒ 3 وحدات لليمين ووحدتين لأعلى ⓓ وحدتين لليمين و 3 وحدات لأعلى

11. معادلة الدالة الأسية التي على الصورة $y = a(b)^x$ حيث الأساس يساوي 0.6 ويمر رسمها البياني بالنقطة $(2, 1.8)$ هي:

ⓐ $y = 1.8(2)^x$ ⓑ $y = 0.2(1.8)^x$ ⓒ $y = 2(0.6)^x$ ⓓ $y = 5(0.6)^x$

تدرب و تفوق
اختبارات الكترونية ذكية




صفوة معلمي الكويت

UULA.COM
© جميع الحقوق محفوظة

الدوال اللوغاريتمية و تمثيلها بيانيا

$\forall y \in R^+ \ , \ b \in R^+ - \{1\}$ $\qquad y = b^x \Leftrightarrow log_b\, y = x$

الصورة الأسية	الصورة اللوغاريتمية
$x^3 = 8$	$3 = \log_x 8$
$7^2 = 49$	$2 = \log_7 49$
$x = 3^5$	$\log_3 x = 5$
$8 = 2^3$	$\log_2 8 = 3$

أوجد قيمة كل لوغاريتم مما يلى:

- $\log_{10} 100$
- $\log_8 16$
- $\log_{64} \frac{1}{32}$
- $\log_9 27$

تنبيه مهم

ملاحظة: اللوغاريتم المعتاد هو اللوغاريتم الذي أساسه 10 : $\log_{10} x = \log x$

التمثيل البياني للدوال اللوغاريتمية

أوجد مجال تعريف كل من الدوال التالية:

- $f(x) = \log(3 - x)$
- $y = \log_5(6x)$
- $h(x) = 4\log_3(5 - 3x)$
- $g(x) = \log_2(x^2)$

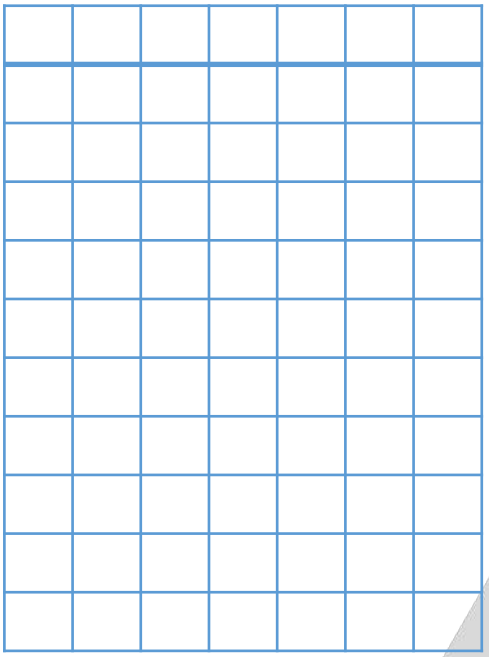
أوجد مجال تعريف كل من الدوال التالية:

- $g(x) = \log_7(1 - x)$
- $f(x) = \log_4(x^2 + 1)$
- $y = 2 + \log_5(x - 2)$

- استخدم خواص الانعكاس لرسم بيان الدالة: $y = \log_2 x$ ومعكوسها.

صفوة معلمي الكويت

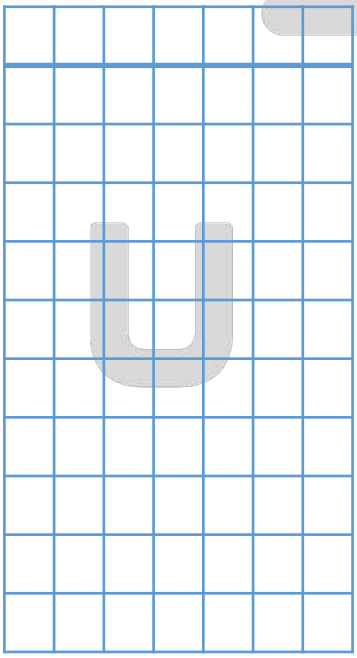
استخدم خواص الانعكاس لرسم بيان الدالة: $y = \log_3 x$ ومعكوسها.



انسحاب الدوال اللوغاريتمية:

التمثيل البياني للدالة: $y = \log_b(x - h) + k$ هو انسحاب لبيان دالة المرجع $y = \log_b x$ بمقدار h وحدة أفقياً k وحدة رأسياً.

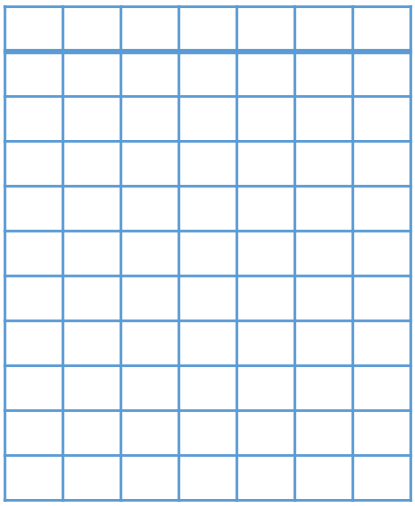
ارسم بيان الدالة: $y = \log_3(x - 3) + 1$ مستخدماً دالة المرجع.



x	y

UULA.COM
© جميع الحقوق محفوظة
صفوة معلمي الكويت

ارسم بيان الدالة: $y = \log_6(x+2) - 3$ مستخدماً دالة المرجع.



x	y

الدوال اللوغاريتمية وتمثيلها بيانياً - التمارين الموضوعية

ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة

1. إذا كانت $y = x^3$ فإن $x = \log y$ (a) (b)
2. إذا كانت $\log_2(-y) = x$ فإن $y = 2^{-x}$ (a) (b)
3. إذا كانت $4^x = 5$ فإن $2x = \log_2 5$ (a) (b)
4. مجال الدالة $f(x) = \log(x^2)$ هو $\mathbb{R}$ (a) (b)
5. بيان الدالة $y = \log_3 x$ هو انعكاس في المستقيم $y - x = 0$ لبيان الدالة $y = 3^x$ (a) (b)

ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

6. معكوس الدالة $y = \log_2 x$ هو:

(a) $y = \log_x 2$ (b) $y = x^2$ (c) $y = 2^x$ (d) $y = \log 2^x$

7. مجال الدالة $y = \log|x-1|$ هو:

(a) $\mathbb{R}$ (b) $\mathbb{R}^+$ (c) $(1, \infty)$ (d) $\mathbb{R}/\{1\}$

8. مجال الدالة $y = \log(x^2+1)$ هو:

(a) $\mathbb{R}$ (b) $\mathbb{R}^+$ (c) $[1, \infty)$ (d) $(1, \infty)$

UULA.COM
© جميع الحقوق محفوظة
صفوة معلمي الكويت

9. باستخدام دالة المرجع $y = \log_5 x$ يمكن تمثيل الدالة:

معلق

ⓐ $y = \log(x-1) - 1$
ⓑ $y = \log_5(5x)$
ⓒ $y = \log_5(x-1) - 1$
ⓓ $y = \log_5(x^2+1)$

10. يمكن رسم بيان الدالة $y = \log(x+1) - 2$ معتبراً دالة المرجع $y = \log x$ بانسحاب

ⓐ وحدة لليسار ووحدتين لأسفل
ⓑ وحدة لليمين ووحدتين لأسفل
ⓒ وحدتين لليمين ووحدة لأعلى
ⓓ وحدتين لليسار ووحدة لأعلى

اختر من القائمة (2) ما يناسب كل تمرين في القائمة (1) لتحصل على إجابة صحيحة

12. معكوس الدالة: $y = \log_{\frac{1}{4}} x$ هو ◯

13. معكوس الدالة: $y = \log_4 x$ هو ◯

ⓐ $y = 4^x$	ⓑ $y = \left(\frac{-1}{4}\right)^{-x}$	ⓒ $y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$	ⓓ $y = (-4)^{-x}$

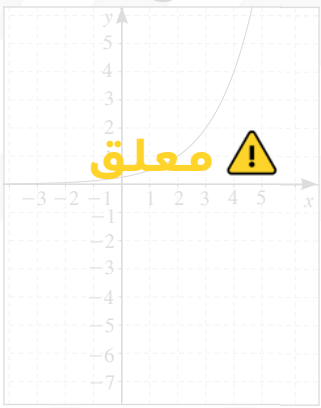
14. بيان معكوس الدالة $y = \log_3(x)$ هو: ◯

15. بيان معكوس الدالة $y = \log_2(4x)$ هو: ◯

معلق

ⓐ

ⓑ



ⓒ

تدرب و تفوق
اختبارات الكترونية ذكية

صفوة معلمي الكويت

خواص اللوغاريتمات

خواص اللوغاريتمات

$\forall m,n,b \in \mathbb{R}^+, b \neq 1$

خاصية الضرب $\log_b mn = \log_b m + \log_b n$

خاصية القسمة $\log_b \frac{m}{n} = \log_b m - \log_b n$

خاصية القوى $\log_b m^k = k \log_b m \, , k \in \mathbb{R}$

أعد كتابة كل مقدار لوغاريتمي مما يلي بصورة لوغاريتم واحد.

- $\log_2 8 - \log_2 4$
- $3 \log_b x + \log_b y$
- $3 \log_5 2 + \log_5 4 - \log_5 16$
- $\log_5 2 + \log_5 6$
- $3\log_b 4 - 3\log_b 2$
- $4\log_3 2 - \log_3 5 + \log_3 10$

أوجد مفكوك كل لوغاريتم مما يلي حيث c,b,a أعداد حقيقية موجبة.

- $\log_5 \left(\frac{x}{y}\right)$
- $\log (3x^4)$
- $\log \sqrt{\frac{25}{x}}$
- $\log_2(7b)$
- $\log_b(\frac{c}{3})^2$
- $\log_7(a^3b^4)$

UULA
صفوة معلمي الكويت

إذا كان $\log 2 \approx 0.301$, $\log 3 \approx 0.477$, $\log 5 \approx 0.699$ **استخدم خواص اللوغاريتمات لإيجاد قيمة كل مما يلي دون استخدام الآلة الحاسبة (قرب إجابتك إلى أقرب جزء من ألف)**

- $\log 30$
- $\log 4.5$
- $\log \frac{1}{25}$
- $\log 1200$

خواص اللوغاريتمات-التمارين الموضوعية

ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة

1. $\log(x-1)^2 = 2\log|x-1|$ (a) (b)
2. $\log \frac{1}{x^2} = -2\log x \, , x > 0$ (a) (b)
3. $\log\left(\frac{\sqrt{m}}{n}\right) = \frac{1}{2}\log m - \log n \, , m > 0 \, , n > 0$ (a) (b)
4. $\log_2 16 - \log_2 2 = \log_2 8$ (a) (b)
5. $\log(x-y) = \frac{\log x}{\log y} \, , x \, , y \in \mathbb{R}^+/\{1\}$ (a) (b)
6. $\log_6 4 + \log_6 9 = 2$ (a) (b)

ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

7. المقدار $2\log_4 8 + \log_5 125$ يساوي:

ⓐ 4 ⓑ 5 ⓒ 6 ⓓ 15

8. إذا كان $\log 5 = y$, $\log 3 = x$ فإن $\log 45$ تساوي:

ⓐ $x + y$ ⓑ $2x + y$ ⓒ $2y + x$ ⓓ x^2y

9. $\log_2 x + \log_2 2x + \log_2 \frac{1}{x^2}$, $x > 0$ يساوي:

ⓐ 1 ⓑ 2 ⓒ x ⓓ $2x$

10. إذا كان $\log 3 = n$, $\log 2 = m$ فإن المقدار $m + n - 1$ يساوي:

ⓐ $\log 0.06$ ⓑ $log\ 0.6$ ⓒ $log\ 6$ ⓓ $\log 60$

11. عندما $n = 2$, $m = 3$ فإن المقدار الأكبر قيمة فيما يلي هو:

ⓐ $\log n^2 - log\ m^3$
ⓑ $\log m^2 - \log n^2$
ⓒ $3\log n - 2log\ m$
ⓓ $2\log m - 3\log n$

12. مفكوك المقدار $\log\left(\sqrt[3]{\frac{8}{x^3}}\right)$ هو:

ⓐ $3\log\frac{8}{x^3}$
ⓑ $\frac{1}{3}(\log(8 - x^3))$
ⓒ $\log 2 - log\ x$
ⓓ $\log 2 - 3\log x$

تدرب و تفوق

اختبارات الكترونية ذكية

UULA UULA

صفوة معلمي الكويت

UULA.COM
© جميع الحقوق محفوظة

المعادلات الأسية واللوغاريتمية

حل معادلات أسية

حل كل معادلة مما يلي مقرباً إجابتك إلى أقرب جزء من ألف.

- $3^x = 4$
- $7^x = 20$
- $3^{x+4} = 101$
- $6^x = 21$

حل كل معادلة مما يلي:

- $\sqrt{m^5} = 32 \quad , \quad m > 0$
- $x^{\frac{2}{3}} = 25 \, , x > 0$

UULA.COM
© جميع الحقوق محفوظة

$\sqrt[3]{u^4} - 5 = 11 \quad , \quad u > 0$

$t^{\frac{7}{2}} = 128 \quad , \quad t > 0$

قاعدة تغيير الأساس

$$\forall m,b,c \in \mathbb{R}^+, b \neq 1, c \neq 1 \quad \log_b m = \frac{\log_c m}{\log_c b}$$

أوجد قيمة $\log_3 15$ ثم حولها إلى لوغاريتم للأساس 2

أوجد قيمة $\log_3 400$ ثم حولها إلى لوغاريتم للأساس 8

استخدم قاعدة تغيير الأساس لحل المعادلة:

$7^{5x} = 3000$

$2^{3x} = 172$

صفوة معلمي الكويت

حل معادلات لوغاريتمية

حل المعادلة: $\log(3x+1)=5$

حل المعادلة: $\log(7-2x)=-1$

حل المعادلة: $2\log x-\log 3=2$

حل المعادلة: $\log 6-\log 3x=-2$

أوجد مجموعة حل كل من المعادلات التالية:

$\log_4(x+6)-\log_4 12=\log_4 2\ -\log_4(x-4)$, $x\in(4,\infty)$

$\log x^2-\log(x^2-x)=1\ ,\ \ x\in(1,\infty)$

$\log_{x+1} 32 = 5\ ,\ x \in (0, \infty)$

$\log_2(x-1) - \log_2(x+3) = \log_2\left(\frac{1}{x}\right)$
, $x \in (1, \infty)$

$\log x(x+1) = \log 2$

معلق ⚠

المعادلات الأسية واللوغاريتمية-التمارين الموضوعية

ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة

1. حل المعادلة $9^x = 3$ هو $x = \frac{1}{2}$ (a) (b)
2. حل المعادلة $2\log x = -1$ هو $x = 10^{-0.5}$ (a) (b)
3. إذا كان $\log(x+6) = 0$ فإن $x = -5$ (a) (b)
4. حل المعادلة $14^{9x} = 146$ هو $x = \frac{\log 146}{\log 14}$ (a) (b)
5. حل المعادلة $3\log x - \log 6 + \log 2.4 = 9$ هو 5×10^4 (a) (b)

UULA.COM
© جميع الحقوق محفوظة
صفوة معلمي الكويت

ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

6. إذا كان $(1.5)^x = 356$ فإن:

ⓐ $x \approx 15$ ⓑ $x \approx 14.5$ ⓒ $x \approx 15.3$ ⓓ $x \approx 16.3$

7. حل المعادلة $8 + 10^x = 1008$

ⓐ $x = 6$ ⓑ $x \approx 3.5$ ⓒ $x = 3$ ⓓ $x = 2$

8. إذا كان $2^{x^2} = 512$ فإن:

ⓐ $x = 3$ ⓑ $x = 9$ ⓒ $x = \pm 3$ ⓓ $x = -9$

9. إذا كان $2 \log x = -2$ فإن:

ⓐ $x = 10^{-1}$ ⓑ $x = 10^{0.5}$ ⓒ $x = 10^{-2}$ ⓓ $x = 10^{-0.5}$

10. مجموعة حل المعادلة: $\log(x^2 + 2) = \log(5x - 4)$

ⓐ $\{2\}$ ⓑ $\{3\}$ ⓒ $\{2, 3\}$ ⓓ $\{-2, -3\}$

11. مجموعة حل المعادلة: $\log_2(x^2 - x) = 1$ هي:

ⓐ $\{-1\}$ ⓑ $\{1, 2\}$ ⓒ $\{-1, 2\}$ ⓓ $\{-1, -2\}$

12. حل المعادلة $\log(x + 21) + \log x = 2$ هو:

ⓐ 4 ⓑ $-25, 4$ ⓒ 25 ⓓ $4, 25$

13. يكون $x = 3$ حلاً للمعادلة:

ⓐ $\log_3(6 - x^2) = 1$ ⓑ $\log_x 9 = \frac{2}{3}$
ⓒ $\log_3(x^2 + 1) = 2$ ⓓ $\log_3 x^3 + \log_3 x = 4$

14. حل المعادلة $\log_x 81 - \log_x 9 = 2$ هو:

ⓐ -3 ⓑ $\frac{1}{3}$ ⓒ 3 ⓓ 9

تدرب و تفوق
اختبارات الكترونية ذكية

UULA.COM
© جميع الحقوق محفوظة

اللوغاريتم الطبيعي

اللوغاريتم الطبيعي هو اللوغاريتم الذي أساسه e ويرمز له بـ $\ln$

$$y = log_e x = ln\, x$$

$k, m, n \in \mathbb{R}^+$

- $ln(mn) = ln\, m + ln\, n$
- $ln\frac{m}{n} = ln\, m - ln\, n$
- $ln\, e = 1$
- $ln\, e^k = k$
- $e^{ln\, k} = k$

استخدم اللوغاريتم الطبيعي لحل:

$e^{4(x+1)} = 32$

$8e^{2x} = 20$

حل المعادلة: $ln(3x + 5) = 4$

حل كلا من المعادلات التالية:

$5 + ln\left(\frac{x+2}{3}\right) = 7$

$e^{\frac{2x}{5}} + 7.2 = 9.1$

UULA.COM
© جميع الحقوق محفوظة

$2^{2x-3} + 4 = 7$

$e^{x+1} = 30$

اللوغاريتم الطبيعي-التمارين الموضوعية

ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة

1. $\log_4(lne^4) = 1$ (a) (b)
2. $4ln8 + ln10 = 4ln80$ (a) (b)
3. $lne^2 = 2$ (a) (b)
4. حل المعادلة $lnx = -2$ هو e^2 (a) (b)
5. حل المعادلة: $e^{\frac{x}{5}} + 4 = 7$ هو $5ln3$ (a) (b)

ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

6. $3ln4 - 5ln2$ على شكل لوغاريتم واحد تكتب:

(a) $ln(-18)$ (b) $ln(\frac{6}{5})$ (c) $ln2$ (d) $ln32$

7. e^{ln10} تساوي:

(a) 10 (b) e^{10} (c) 0 (d) $\frac{1}{10}$

8. حل المعادلة $ln(2m + 3) = 8$ هو:

(a) $e^8 - 3$ (b) $\frac{e^8}{2} - 3$ (c) $\frac{e^8 - 3}{2}$ (d) $e^4 - 3$

9. حل المعادلة $ln4r^2 = 3$ هو:

(a) $\frac{e^{\frac{3}{2}}}{2}$ (b) $\frac{e^{\frac{3}{2}}}{2}, \frac{-e^{\frac{3}{2}}}{2}$ (c) $\frac{e^{-\frac{3}{2}}}{2}$ (d) $e^{\frac{3}{2}}, -e^{\frac{3}{2}}$

10.حل المعادلة: $e^{2x} = 10$ هو:

ⓐ $x = \frac{\ln 10}{2}$ ⓑ $ln5$ ⓒ $\frac{5}{e}$ ⓓ $2ln10$

11.$\{e^2\}$ هي مجموعة حل المعادلة:

ⓐ $lnx = 2$ ⓑ $lnx^2 = 2$ ⓒ $lnx^2 = 4$ ⓓ $lnx = 4$

12.حل المعادلة $e^{x+1} = 13$ هو:

ⓐ $x = ln13 + 1$ ⓑ $x = ln13 - 1$ ⓒ $x = ln13$ ⓓ $x = ln12$

13.حل المعادلة $ln(x-2)^2 = 6$ هو:

ⓐ $2 + e^3$ ⓑ $2 - e^3$ ⓒ $2 \pm e^3$ ⓓ $2 \pm e^6$

14.حل المعادلة $e^{\frac{x}{2}+1} + 3 = 8$ هو:

ⓐ $x = 2ln5 - 1$ ⓑ $x = 2ln5 - 2$ ⓒ $x = 2ln4$ ⓓ $x = \frac{1}{2}(ln5 - 1)$

تدرب و تفوق

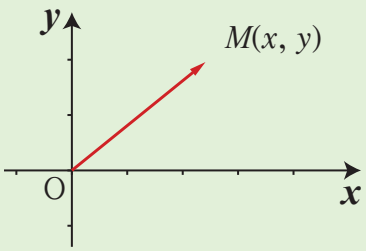
اختبارات الكترونية ذكية



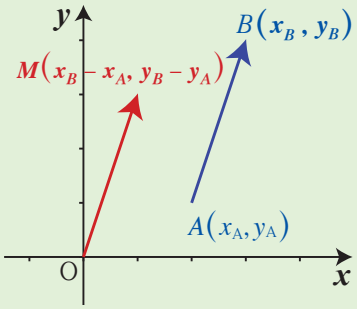
صفوة معلمي الكويت

المتجه في المستوي

- القطعة الموجهة $\overrightarrow{OM}$ التي بدايتها نقطة ونهايتها $M(x,y)$ تسمى (متجه الموضع) ويمثلها الزوج المرتب (x,y)



- $\overrightarrow{AB}$ قطعة موجهة في المستوى الإحداثي، متجه الموضع لهذه القطعة هو $\overrightarrow{OM}$ حيث
- $M(x_B - x_A \quad , \quad y_B - y_A)$



ليكن: $A(1,-3), B(2,2), C(2,3), D(-2,-1)$

عين الزوج المرتب الذي يمثل متجه الموضع لكل من: $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BD}$

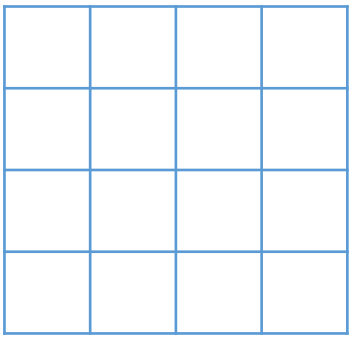
متجه الموضع $\overrightarrow{OC}$ يمثل القطعة الموجهة $\overrightarrow{KD}$ أوجد إحداثيات K

إذا كانت: $D(-2,-7), E(3,11), F(5,13)$ فأوجد :

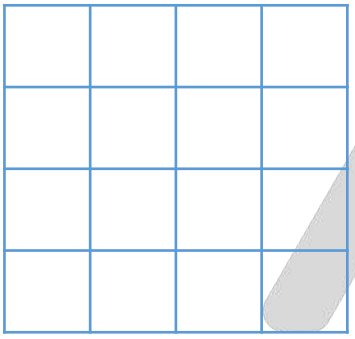
مركبات كل من المتجهات التالية: $< \overrightarrow{DE} >, < \overrightarrow{ED} >, < \overrightarrow{EF} >$

UULA.COM
© جميع الحقوق محفوظة
صفوة معلمي الكويت

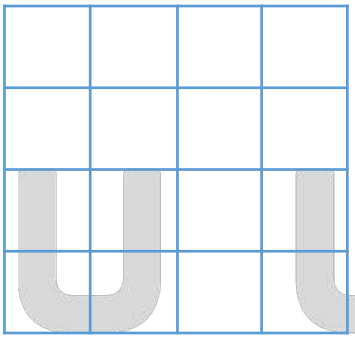
$\vec{m} =< 2,2 >$

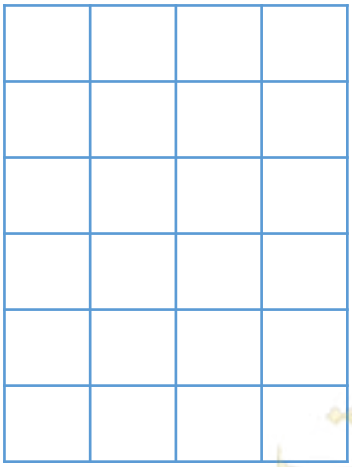


$\vec{p} =< -2,3 >$



$\vec{n} =< -1,-2 >$





متجه الوحدة

- المتجه $\vec{U} =< x,y >$ هو متجه وحدة إذا كان معياره يساوي الواحد أي:
- $\|\vec{u}\| = \sqrt{x^2 + y^2} = 1$

إذا كان $\vec{u} =< \frac{2}{\sqrt{5}}, y >$ فأوجد قيمة y بحيث يصبح $\vec{u}$ متجه وحدة.

إذا كان $\vec{v} =< x, \frac{12}{13} >$ فأوجد قيمة x بحيث يصبح $\vec{v}$ متجه وحدة.

تساوي متجهين

ليكن: $\vec{A} =< x_A, y_A >, \vec{B} =< x_B, y_B >$

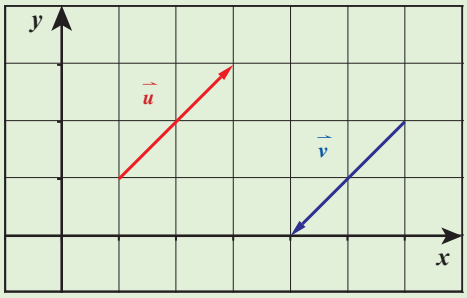
$\vec{A} = \vec{B} \Leftrightarrow x_A = x_B, y_A = y_B$

إذا كانت $A(0,1), B(1,3), C(3,6), D(4,8)$ في المستوي الإحداثي فأثبت أن: $< \overrightarrow{AB} >=< \overrightarrow{CD} >$

ليكن المتجهان $\vec{B} =< -1,3 >, \vec{A} =< -2x + 3,4y - 1 >$ حيث x,y عددان حقيقيان . أوجد قيمتي x,y اللتين تحققان $\vec{A} = \vec{B}$

صفوة معلمي الكويت

- إذا كان $\vec{u} =< a,b >$ فإن المتجه $\vec{v} =< -a,-b >$ هو المتجه المعاكس لـ $\vec{u}$
- $< \overrightarrow{AB} >$ هو المتجه المعاكس لـ $< \overrightarrow{BA} >$
- $< \overrightarrow{AB} > = - < \overrightarrow{BA} >$



ارسم متجه الموضع للمتجه $\vec{u}$ حيث مركباته $< 1,2 >$.

من النقطة $A(2,-1)$ ارسم متجهاً مساوياً للمتجه $\vec{u}$ ومتجهاً معاكساً للمتجه $\vec{u}$ واكتب مركباتها.

معلق

ضرب متجه بعدد حقيقي:

- ليكن $\vec{u} =< x,y >$ متجه غير صفري و$k \neq 0$ فإن $k.\vec{u} =< kx,ky >$
- إذا كان $\vec{u} = \vec{0}$ أو $k = 0$ فإن: $k.\vec{u} = \vec{0}$ والعكس صحيح
- إذا كان $k > 0$ فإن المتجهين $\vec{u}$ و $k.\vec{u}$ في الاتجاه نفسه
- إذا كان $k < 0$ فإن $k.\vec{u}$ في الاتجاه المعاكس للمتجه $\vec{u}$
- $||k\vec{u}|| = |k|\ ||\vec{u}||$

- يكون المتجهان $< \overrightarrow{CD} >$, $< \overrightarrow{AB} >$ غير الصفريين في نفس الاتجاه ⇔ يوجد k عدد حقيقي موجب يحقق $< \overrightarrow{AB} > = k\ < \overrightarrow{CD} >$
- يكون المتجهان $< \overrightarrow{CD} >$, $< \overrightarrow{AB} >$ غير الصفريين في اتجاهين متعاكسين ⇔ يوجد k عدد حقيقي سالب يحقق $< \overrightarrow{AB} > = k\ < \overrightarrow{CD} >$
- تكون النقاط A,B,C على استقامة واحدة ⇔ يوجد k عدد حقيقي غير صفري يحقق $< \overrightarrow{AB} > = k\ < \overrightarrow{AC} >$

صفوة معلمي الكويت

إذا كان $\vec{B} =< 3, -2 >$ فأوجد:

- $3\vec{B}$
- $-5\vec{B}$
- $\frac{3}{2}\vec{B}$

- باستخدام خواص المتجهات أثبت أن النقاط
$K(0, -1), L(2,3), M(-2, -5)$ على استقامة واحدة.

- ABC مثلث, ارسم $< \overrightarrow{AD} >$ بحيث $< \overrightarrow{AD} > = 3 < \overrightarrow{AB} >$,

- ثم ارسم $< \overrightarrow{BH} >$ بحيث $< \overrightarrow{BH} > = -\frac{3}{2} < \overrightarrow{BC} >$,

معلق ⚠

صفوة معلمي الكويت

المتجه في المستوي-التمارين الموضوعية

ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة

لنأخذ في المستوي الإحداثي النقاط التالية: $A(2\ ,1), B(-3\ ,0), C(3\ ,-4), D(x\ ,y)$

1. الزوج المرتب الذي يمثل متجه الموضع لـ $\overrightarrow{BA}$: هو $(1\ ,-5)$ (a) (b)
2. مركبات $\overrightarrow{BC}$ هي $\langle 6,4\rangle$ (a) (b)
3. المثلث ABC هو متطابق الضلعين (a) (b)
4. إذا كان $\langle\overrightarrow{AB}\rangle = \langle\overrightarrow{CD}\rangle$ فإن: $x=-2\ ,y=-5$ (a) (b)

ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

5. في المستوي الإحداثي إذا كان $\vec{u} = \langle -2,2\rangle$
فإن قياس الزاوية التي يصنعها $\vec{u}$ مع الاتجاه الموجب لمحور السينات يساوي:

(a) $45°$ (b) $-45°$ (c) $135°$ (d) $225°$

6. لنأخذ في المستوي الإحداثي $\vec{u} = \left\langle \frac{12}{13}\ ,y\right\rangle$ إذا كان $\vec{u}$ متجه وحدة فإن y يساوي:

(a) $\frac{1}{13}$ (b) $\frac{\sqrt{13}}{13}$ (c) $\frac{5}{13}$ (d) $\pm\frac{5}{13}$

7. لتكن في المستوي الإحداثي النقاط: $A(1\ ,3), B(3\ ,2), C(0\ ,-1), D(-4\ ,1)$ فيكون:

(a) $\langle\overrightarrow{AB}\rangle = \langle\overrightarrow{CD}\rangle$ (b) $\langle\overrightarrow{AB}\rangle = -\langle\overrightarrow{CD}\rangle$
(c) $\langle\overrightarrow{CD}\rangle = -2\langle\overrightarrow{AB}\rangle$ (d) $\langle\overrightarrow{AB}\rangle = -2\langle\overrightarrow{CD}\rangle$

8. لنأخذ في المستوي الإحداثي النقاط: $G(x\ ,y), E(2\ ,4), F(-1\ ,-5)$ إذا كان: $\langle\overrightarrow{EF}\rangle = \langle\overrightarrow{EG}\rangle$ فإن $(x\ ,y)$ يساوي:

(a) $(-1\ ,-5)$ (b) $(-5\ ,-13)$ (c) $(5\ ,13)$ (d) $(1\ ,5)$

تدرب و تفوق
اختبارات الكترونية ذكية

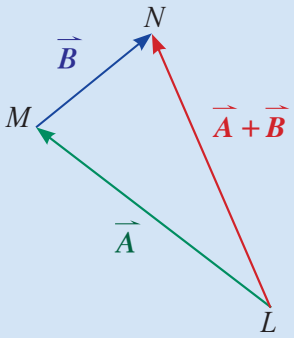
صفوة معلمي الكويت

جمع المتجهات وطرحها

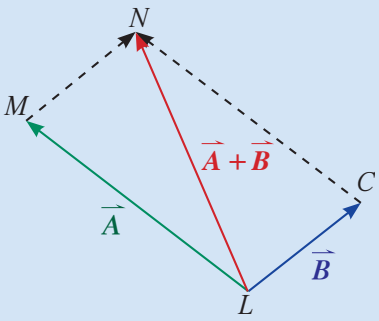
جمع المتجهات هندسياً:

علاقة شال

$$\overrightarrow{LN} = \overrightarrow{LM} + \overrightarrow{MN}$$



إكمال متوازي الأضلاع



في المثلث: ABC, عيّن :

- M حيث $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$,

- N حيث $\overrightarrow{BN} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA}$,

معلق ⚠

- في المثلث: ABC, عين N بحيث $\overrightarrow{BN} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CA}$

صفوة معلمي الكويت

في المثلث: ABC, عين L بحيث $< \overrightarrow{BL} > = < \overrightarrow{AC} > + < \overrightarrow{BC} >$

⚠ معلق

خواص جمع المتجهات

الإبدال	$\vec{A} + \vec{B} = \vec{B} + \vec{A}$
المحايد	$\vec{A} + \vec{0} = \vec{0} + \vec{A} = \vec{A}$
التجميع	$\vec{A} + \vec{B} + \vec{C} = (\vec{A} + \vec{B}) + \vec{C} = \vec{A} + (\vec{B} + \vec{C})$
المعكوس الجمعي	$\vec{A} + (-\vec{A}) = (-\vec{A}) + \vec{A} = \vec{0}$
الحذف	$\vec{A} + \vec{C} = \vec{B} + \vec{C} \Rightarrow \vec{A} = \vec{B}$
التوزيع مع عدد حقيقي غير الصفر	$k(\vec{A} + \vec{B}) = k\vec{A} + k\vec{B}$

$ABCD$ مضلع. أوجد:

- $< \overrightarrow{AB} > + < \overrightarrow{CD} > + < \overrightarrow{BC} >$
- $< \overrightarrow{AD} > + < \overrightarrow{CA} > + < \overrightarrow{BC} > + < \overrightarrow{DB} >$

إذا كان $\overrightarrow{A} =< 4, -2 >, \overrightarrow{B} =< -7,5 >$ فأوجد.

- $\overrightarrow{A} + \overrightarrow{B}$
- $\overrightarrow{3A} + \overrightarrow{5B}$

UULA.COM
© جميع الحقوق محفوظة
صفوة معلمي الكويت

إذا كان $\overrightarrow{A} =< 2,3 >, \overrightarrow{B} =< -1,5 >$ **فأوجد.**

- $\overrightarrow{A} + \overrightarrow{B}$
- $\overrightarrow{2A} + \overrightarrow{3B}$

طرح المتجهات

$ABCD$ مضلع في المستوي .أوجد:

- $< \overrightarrow{AB} > + < \overrightarrow{CD} > - < \overrightarrow{AD} > - < \overrightarrow{CB} >$

- $< \overrightarrow{AB} > - < \overrightarrow{AC} > + < \overrightarrow{BC} > + < \overrightarrow{AD} >$

- ABC مثلث. أثبت أن:
  - $< \overrightarrow{AB} > - < \overrightarrow{AC} > = < \overrightarrow{CB} >$

إذا كان $\overrightarrow{A} =< -3,0 >, \overrightarrow{B} =< 5, -9 >$ **فأوجد:**

- $\overrightarrow{A} - \overrightarrow{B}$
- $-3\overrightarrow{A} + 4\overrightarrow{B}$

إذا كان $\overrightarrow{A} =< 5,12 >, \overrightarrow{B} =< 11,7 >$ **فأوجد:**

- $\overrightarrow{A} - \overrightarrow{B}$
- $4\overrightarrow{A} - 6\overrightarrow{B}$

- لتكن النقاط: $A(3,4), B(-2,5), C(-4,-1)$ اكتب كلا من المتجهات $< \overrightarrow{OA} >, < \overrightarrow{OB} >, < \overrightarrow{OC} >$ بدلالة متجهي الوحدة الأساسيين $\vec{i}, \vec{j}$:

UULA
صفوة معلمي الكويت
UULA.COM
© جميع الحقوق محفوظة

جمع المتجهات وطرحها-التمارين الموضوعية

ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة

1. إذا كان $\langle\overrightarrow{AB}\rangle + \langle\overrightarrow{BC}\rangle = \langle\overrightarrow{AC}\rangle$ فإن: $AB + BC = AC$ (a) (b)

2. $\langle\overrightarrow{AC}\rangle + \langle\overrightarrow{BA}\rangle + \langle\overrightarrow{CB}\rangle = \vec{0}$ (a) (b)

3. $ABCF$ متوازي أضلاع حيث: $\overrightarrow{BA} = \langle -2,3\rangle , \overrightarrow{BF} = \langle 1,4\rangle$ $\therefore \langle\overrightarrow{BC}\rangle = \langle 3,1\rangle$ (a) (b)

4. في المستطيل $ABCD$ $\langle\overrightarrow{AE}\rangle = \langle\overrightarrow{BD}\rangle$
إذا $\langle\overrightarrow{AC}\rangle + \langle\overrightarrow{AD}\rangle = \langle\overrightarrow{AE}\rangle$ (a) (b)

معلق ⚠

5. في المثلث ABC : $\langle\overrightarrow{AB}\rangle - \langle\overrightarrow{AC}\rangle + \langle\overrightarrow{BC}\rangle - \langle\overrightarrow{BA}\rangle = \langle\overrightarrow{AB}\rangle$ (a) (b)

ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

6. إذا كان $\vec{L} = \langle\overrightarrow{AC}\rangle + 2\langle\overrightarrow{AB}\rangle - \langle\overrightarrow{BC}\rangle$ فإن:

(a) $\vec{L} = \frac{1}{2}\langle\overrightarrow{AB}\rangle$ (b) $\vec{L} = -\frac{1}{2}\langle\overrightarrow{AB}\rangle$ (c) $\vec{L} = 3\langle\overrightarrow{AB}\rangle$ (d) $\vec{L} = -3\langle\overrightarrow{AB}\rangle$

7. إذا كان $\langle\overrightarrow{AM}\rangle = 2(3\vec{\imath} - \vec{\jmath}) + 3(-2\vec{\imath}) - 2\vec{\jmath}$ فإن $\langle\overrightarrow{AM}\rangle$ يساوي:

(a) $2\vec{\imath} - 3\vec{\jmath}$ (b) $3\vec{\imath} - 2\vec{\jmath}$ (c) $-4\vec{\jmath}$ (d) $6\vec{\imath} - 6\vec{\jmath}$

8. $ABCD$ متوازي أضلاع حيث: $A(-2,1), B(0,-2), C(3,-1)$. إذاً إحداثيات D هي:

(a) $(2,2)$ (b) $(-1,2)$ (c) $(1,2)$ (d) $(1,-2)$

9. $\vec{U} = 4\vec{\imath} - 2\vec{\jmath} , \vec{V} = x\vec{\imath} - \vec{\jmath}$ هما متجهان متوازيان. قيمة x هي:

(a) 2 (b) -2 (c) 8 (d) -8

صفوة معلمي الكويت

اختر من القائمة (2) ما يناسب كل تمرين في القائمة (1) لتحصل على إجابة صحيحة

من الشكل :

القائمة (1)		القائمة (2)
.10 $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=$	◯	ⓐ $\overrightarrow{BD}$
.11 $\overrightarrow{CE}+\overrightarrow{CF}=$	◯	ⓑ $\overrightarrow{AC}$
		ⓒ $\vec{0}$
		ⓓ $\overrightarrow{DB}$



معلق

القائمة (1)		القائمة (2)
.12 $\overrightarrow{EA}=$	◯	ⓐ $2\overrightarrow{BA}$
.12 $2\overrightarrow{OC}=$	◯	ⓑ $2\overrightarrow{BE}$
		ⓒ $-\overrightarrow{CA}$
		ⓓ $\overrightarrow{CA}$

تدرب و تفوق

اختبارات الكترونية ذكية

صفوة معلمي الكويت

UULA.COM
© جميع الحقوق محفوظة

الضرب الداخلي

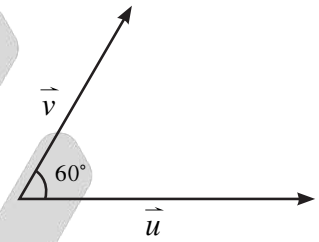
- $\overrightarrow{A} \cdot \overrightarrow{B} = \|\overrightarrow{A}\| \times \|\overrightarrow{B}\| \times \cos(\overrightarrow{A}, \overrightarrow{B})$, $0° \leq m(\vec{A},\vec{B}) \leq 180°$

إذا كان $\overrightarrow{A} =< x_1, y_1 >$, $\vec{B} =< x_2, y_2 >$

بالتالي: $\overrightarrow{A}.\vec{B} = x_1x_2 + y_1y_2$

إذا كان $\vec{u} =< 0,2 >$, $\vec{v} =< 2,2 >$ فأوجد $\vec{u} \cdot \vec{v}$

إذا كان $\vec{u} =< 3,0 >$, $\vec{v} =< 3,3 >$ فأوجد $\vec{u} \cdot \vec{v}$



ABC مثلث متطابق الأضلاع. M منتصف $\overline{BC}$ أوجد:

معلق ⚠

$\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC}$

$\overrightarrow{CM} \cdot \overrightarrow{CB}$

التعامد:

- $\overrightarrow{A} \perp \vec{B} \Leftrightarrow \overrightarrow{A} \cdot \vec{B} = 0$ حيث $\overrightarrow{A} \neq \vec{0}$, $\overrightarrow{B} \neq \vec{0}$

إذا كان $\vec{B} =< x, -2 >$, $\overrightarrow{A} =< 3, -1 >$ وكان $\overrightarrow{A} \perp \vec{B}$ فأوجد قيمة x

إذا كان $\vec{B} =< 1, y >$, $\overrightarrow{A} =< -2,3 >$ وكان $\overrightarrow{A} \perp \vec{B}$ فأوجد قيمة y

صفوة معلمي الكويت

إذا كانت النقاط $A(6,-1), B(3,2), C(2,1)$

a) اكتب كلاً من المتجهين $\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}$ بدلالة متجهي الوحدة $\vec{i}, \vec{j}$

b) أوجد قيمة $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$

c) أثبت أن المثلث ABC *قائم في* $\hat{B}$

التوازي:

- $\overrightarrow{A} \neq \vec{0}, \overrightarrow{B} \neq \vec{0}$ حيث $\overrightarrow{A} \,//\, \overrightarrow{B} \Leftrightarrow \overrightarrow{A} = k\overrightarrow{B}$

ملاحظة:

$\overrightarrow{A} \,//\, \vec{B} \Leftrightarrow x_1 y_2 - x_2 y_1 = 0$

حيث:

$\overrightarrow{A} =< x_1, y_1 >\ , \vec{B} =< x_2, y_2 >$



أثبت أن : $\overrightarrow{A} \,//\, \overrightarrow{B}$ حيث $\overrightarrow{A} =< 3,-2 >, \overrightarrow{B} =< 6,-4 >$

إذا كان $\overrightarrow{A} \,//\, \overrightarrow{B}$ حيث $\overrightarrow{A} =< \frac{7}{3}, \frac{2}{3} >, \overrightarrow{B} =< x, \frac{4}{5} >$ فأوجد x

إذا كان $\overrightarrow{A} \,//\, \overrightarrow{B}$ حيث $\overrightarrow{A} =< 6,-8 >, \overrightarrow{B} =< 2, y >$ فأوجد y

خواص الضرب الداخلي : بفرض $\vec{A}, \vec{B}, \vec{C}$ ثلاثة متجهات غير صفرية في المستوي ، k عدد حقيقي



الإبدال
- $\vec{A}.\vec{B} = \vec{B}.\vec{A}$

التجميع
- $\vec{A}.(k\vec{B}) = (k\vec{A}).\vec{B} = k(\vec{A}.\vec{B})$

االتوزيع
- $\vec{A}.(\vec{B} \pm \vec{C}) = \vec{A}.\vec{B} \pm \vec{A}.\vec{C}$

$\vec{A}, \vec{B}$ متجهان في المستوى , حيث $\overrightarrow{A} \cdot \overrightarrow{B} = 5$, $\| \overrightarrow{A} \| = 3$, $\| \overrightarrow{B} \| = 4$
أوجد قيمة $(3\overrightarrow{A} - 2\overrightarrow{B}) \cdot (-\overrightarrow{A} + 3\overrightarrow{B})$

صفوة معلمي الكويت

قياس الزاوية بين متجهين

قانون

إذا كان $\overrightarrow{A}, \overrightarrow{B}$ متجهين وكان $\overrightarrow{A} \neq \overrightarrow{0}, \overrightarrow{B} \neq \overrightarrow{0}$ فإن:

$$\cos(\overrightarrow{A}, \overrightarrow{B}) = \frac{\overrightarrow{A} \cdot \overrightarrow{B}}{\|\overrightarrow{A}\| \cdot \|\overrightarrow{B}\|}, 0° \leq m(\overrightarrow{A}, \overrightarrow{B}) \leq 180°$$

س إذا كان $\|\overrightarrow{A}\| = 3, \|\overrightarrow{B}\| = 2, \overrightarrow{A} \cdot \overrightarrow{B} = -3\sqrt{3}$

فأوجد قياس الزاوية $(\overrightarrow{A}, \overrightarrow{B})$

س إذا كان $\|\overrightarrow{A}\| = 5, \|\overrightarrow{B}\| = 6, \overrightarrow{A} \cdot \overrightarrow{B} = 15$

فأوجد قياس الزاوية $(\overrightarrow{A}, \overrightarrow{B})$

س أوجد قياس الزاوية المحددة بالمتجهين:

$\overrightarrow{A} =< 6,3 >, \overrightarrow{B} =< 3, -1 >$

س أوجد قياس الزاوية المحددة بالمتجهين:

$\overrightarrow{A} =< 2,2\sqrt{3} >, \overrightarrow{B} < -4,4\sqrt{3} >$

UULA
صفوة معلمي الكويت

الضرب الداخلي-التمارين الموضوعية

ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة

1. إذا كان $\vec{u}\cdot\vec{v}=0$ ، فإن: $\vec{u}\perp\vec{v}$ (a) (b)
2. إذا كان $\vec{u}\perp\vec{v}, \vec{v}=\langle 5,1\rangle, \vec{u}=\langle -2,x\rangle$ فإن $x=-10$ (a) (b)
3. إذا كان $\vec{v}\cdot\vec{w}=3, \vec{u}\cdot\vec{w}=-5$ فإن $(\vec{u}-\vec{v})\cdot\vec{w}=-8$ (a) (b)
4. إذا كانت $A(-1,2), B(2,3), C(-4,5)$ فإن $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=-6$ (a) (b)
5. إذا كانت $L(-3,4), M(0,5)$ ، فإن $\|\overrightarrow{LM}\|=10$ (a) (b)
6. $\vec{A}, \vec{B}$ متجهان في المستوي حيث $\vec{A}=\langle 2,-3\rangle, \vec{B}=\langle 1,0\rangle$ فإن: $\cos(\vec{A},\vec{B})=2\frac{\sqrt{13}}{13}$ (a) (b)

ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

7. إذا كان $\vec{u}=\langle 2,-2\rangle, \vec{v}=\langle -1,m\rangle, \vec{u}\cdot\vec{v}=3$ ، فإن m تساوي:

(a) $-\frac{5}{2}$ (b) $\frac{5}{2}$ (c) $\frac{1}{2}$ (d) $-\frac{1}{2}$

8. في مثلث ABC , H هو المسقط العمودي لـ C على $\overrightarrow{AB}$ بالتالي: $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=$

(a) -6 (b) 12
(c) -12 (d) 6

9. في الشكل المقابل $AB=AC=3cm, m(\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BA})=70°$
$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ يساوي تقريباً:

(a) 2.3 (b) 6.89
(c) 3 (d) -2.3

معلق ⚠

10. ABCD شبه منحرف قائم حيث:
$AB=5cm$, $AO=2cm$, $OD=2cm$, $CD=3cm$
$\overrightarrow{OB}\cdot\overrightarrow{OC}$ يساوي:

(a) 11 (b) -11
(c) 12 (d) -12

صفوة معلمي الكويت

11. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} =$

ⓐ 2 ⓑ -2
ⓒ 18 ⓓ 0

⚠ معلق

12. في الشكل المقابل: $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) =$

ⓐ 0 ⓑ $\frac{3}{5}$
ⓒ $\frac{1}{2}$ ⓓ $\frac{1}{\sqrt{10}}$

13. إذا كان: $\vec{u} \perp \vec{v}$, $\vec{v} = \langle 2,3 \rangle$, $\vec{u} = \langle -5,m \rangle$ فإن m تساوي:

ⓐ $\frac{10}{3}$ ⓑ $\frac{-10}{3}$ ⓒ $\frac{-10}{3}$ ⓓ $\frac{15}{2}$

14. إذا كان $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = -2$ فإن $m(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC})$ **لا يمكن** أن يساوي:

ⓐ $60°$ ⓑ $28°$ ⓒ $122°$ ⓓ $50°$

تدرب و تفوق
اختبارات الكترونية ذكية

المجتمع الإحصائي والمعاينة

المجتمع الإحصائي: هو مجموعة كل المفردات قيد الدراسة، يمكن أن يكون منتهياً أو غير منتهٍ

في كل من المجتمعات الإحصائية التالية حدد نوع المجتمع (منتهياً أو غير منتهٍ) ووحدة الدراسة

- طلاب الصف الحادي عشر في مدارس الكويت
- الطيور على سطح الأرض
- لاعبو فريق كرة السلة في دولة الكويت.
- مجتمع الأسماك في مياة الخليج العربي.

المتغير: هو الصفة محور الدراسة في مجتمع إحصائي معين

أساليب جمع البيانات:

- **الحصر الشامل:** جمع بيانات جميع مفردات المجتمع، من إيجابيات الحصر الشامل هو دقة النتائج ، ومن سلبياته هو الحاجة إلى الوقت والجهد الكبيرين ولا يمكن إجراؤه في المجتمعات غير المنتهية
- **المعاينة:** اختيار جزء من مفردات المجتمع بطريقة مدروسة تجعل هذه المفردات تمثل المجتمع وتحقق أهداف الدراسة

هل يمكن استخدام الحصر الشامل في دراسة المجتمعات الإحصائية التالية أم لا؟

- دراسة كمية الدهون الموجودة في الدم.
- دراسة نسبة عدد الطلاب الذين لون عيونهم أزرق إلى عدد طلاب صفك.

أنواع البيانات:		أمثلة:
بيانات كيفية	اسمية	لون العيون - أنواع السيارات ...
	مرتبة	الترتيب العلمي - ترتيب السباق ...
بيانات كمية	متقطعة (منفصلة)	عدد طلاب الفصل- عدد أهداف مباراة
	مستمرة (متصلة)	الطول- الوزن- درجات الحرارة

صفوة معلمي الكويت

Q حدد نوع البيانات في كل مما يأتي:

- عدد أهداف الدوري العام لكرة القدم في أحد المواسم.
- ترتيب الدول بحسب الميداليات في إحدى دورات الألعاب
- درجات الحرارة في شهر سبتمبر في مطار الكويت
- لون سيارات معلمي المدرسة
- عدد أعضاء فريق كرة القدم.
- الوظيفة (ضابط، محاسب، محام، تاجر،مدرس، ...)
- أطول قامات طلاب الصف الحادي عشر.
- تقديرات الطلاب في مادة اللغة الإنجليزية في جامعة الكويت

المجتمع الإحصائي والمعاينة-التمارين الموضوعية

ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة

1. المواليد في العالم سنة 2010 عبارة عن مجتمع غير منتهي ⚠ معلق (a) (b)
2. وحدة الدراسة لعدد زوار مركز علمي في يوم واحد هي أي زائر (a) (b)
3. عند ترتيب الأشياء نستخدم بيانات كيفية مرتبة (a) (b)
4. يمكن استخدام الحصر الشامل قي دراسة أنواع السمك الموجودة في أحد المحيطات (a) (b)
5. عدد الصفحات في كتاب ما هو بيانات كمية متصلة ⚠ معلق (a) (b)

ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

6. البيانات الكيفية تكون:

(a) اسمية أو مرتبة (b) مرتبة فقط
(c) متقطعة (d) اسمية فقط

7. البيانات المستمرة هي بيانات:

(a) اسمية (b) مرتبة (c) كمية (d) كيفية

8. عند إجراء تحاليل الدم نستخدم:

(a) الحصر الشامل (b) المعاينة
(c) الحصر الشامل والمعاينة (d) ليس أياً مما سبق

9. البيانات الكمية تكون:

(a) اسمية أو مرتبة (b) مرتبة فقط
(c) متقطعة أو مستمرة (d) مستمرة فقط

© جميع الحقوق محفوظة

10.عدد المشاهدين في مباراة كرة قدم هو عبارة عن بيانات:

(a) كيفية اسمية
(b) كيفية مرتبة
(c) كمية متقطعة
(d) كمية مستمرة

تدرب و تفوق

اختبارات الكترونية ذكية




الوحدة 6 / الإحصاء

العينات

العينة العشوائية البسيطة:



- إذا تضمن المجتمع الإحصائي عدد nمن المفردات المتجانسة وأردنا أخذ عينة عشوائية بسيطة
- الشيء الأساس في العينة العشوائية البسيطة هو أن يكون لكل مفردة من مفردات المجتمع الإحصائي الفرصة نفسها لتكون ضمن العينة

عدد العاملين في مؤسسة هو 90 موظفاً مرقمين من 1 إلى90 يراد اختيار 7 موظفين لأداء فريضة الحج على نفقة المؤسسة ويتم اختيارهم بطريقة عشوائية. المطلوب سحب عينة عشوائية بسيطة باستخدام جدول الأعداد العشوائية ابتداءً من الصف السادس والعمود الرابع.

العينة العشوائية الطبقية:



عندما يكون المجتمع مكوناً من مجموعات لا تتقاطع مع بعضها، نأخذ عينة عشوائية بسيطة من كل مجموعة، فنحصل على عينة عشوائية طبقية

$$\text{كسر المعاينة} = \frac{\text{حجم العينة}}{\text{حجم المجتمع}}$$

صفوة معلمي الكويت

لدراسة الأداء الوظيفي والكفاءة لدى الموظفين في أحد المصارف، تم سحب عينة طبقية مكونة من 7 أفراد من 35 موظفاً موزعين كما يبين الجدول التالي:

المجموع	مستخدمون	محاسبون و مدققون	مدراء أقسام
35	5	20	10

- ما حجم كل عينة عشوائية بسيطة مسحوبة من كل طبقة

في إحدى المستشفيات يوجد 80 إدارياً مرقمين من 1 إلى80، 140 طبيباً مرقمين من 81 إلى220 ، 240 ممرضاً مرقماً من 221 إلى460 ، 40 عاملاً مرقمين من 461 إلى 500 .
المطلوب سحب عينة عشوائية طبقية مكونة من 25 فرداً لدراسة كفاءة العاملين وذلك بتكوين عينات عشوائية بسيطة باستخدام جدول الأعداد العشوائية.



UULA
صفوة معلمي الكويت
UULA.COM
© جميع الحقوق محفوظة

العينة العشوائية المنتظمة:

يتم سحب مفرداتها وفق نظام ثابت ومنتظم

$$\text{طول الفترة} = \frac{\text{حجم المجتمع}}{\text{حجم العينة}}$$

- في أحد المصانع حيث عدد العمال 900 مرقمين من 1 إلى900، أراد صاحب هذا المصنع مناقشة هؤلاء العمال حول كيفية تحسين الأداء وزيادة الإنتاج.
المطلوب ما العينة العشوائية المنتظمة إذا أراد صاحب المصنع تشكيلها على أن يكون حجمها 10، مستخدماً جدول الأعداد العشوائية ابتداءً من الصف الثامن عشر والعمود السابع؟

- يبلغ عدد طلبة الصف الحادي عشر علمي في إحدى المدارس 140 طالباً مرقمين من 1 إلى140. المطلوب سحب عينة عشوائية منتظمة حجمها 7 لزيارة إحدى دور المسنين وتقديم الهدايا لهم بمناسبة حلول عيد الفطر السعيد باستخدام جدول الأعداد العشوائية ابتداءً من الصف السادس والعمود التاسع.

UULA
صفوة معلمي الكويت
UULA.COM
© جميع الحقوق محفوظة

العيّنات-التمارين الموضوعية

ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة

1. للحصول على أفضل تمثيل للمجتمع نختار العينة بطريقة عشوائية (a) (b)
2. لا يوجد فرق بين العينة العشوائية البسيطة والعينة العشوائية الطبقية (a) (b)
3. حجم المجتمع = $\frac{\text{كسر المعاينة}}{\text{حجم العينة}}$ (a) (b)
4. حجم المجتمع الإحصائي= طول الفترة × حجم العينة (a) (b)
5. إذا كان طول الفترة يساوي 70، والمفردة الأولى تساوي 43، فالمفردة الخامسة تساوي 322 (a) (b)

ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

6. يتوافر في العينة العشوائية البسيطة:
   - (a) شرط التحيز
   - (b) الإتاحة لكل عنصر فيها الفرصة نفسها في الظهور
   - (c) شرط العشوائية والانتظام
   - (d) كل مما سبق
7. يتوفر في العينة المنظمة:
   - (a) شرط العشوائية والانتظام
   - (b) شرط الانتظام فقط
   - (c) شرط العشوائية فقط
   - (d) ليس أياً مما سبق
8. عند استخدام العينة الطبقية يفضل أن:
   - (a) تكون عشوائية ومنتظمة
   - (b) تكون طبقات المجتمع متجانسة بداخلها مختلفة فيما بينها
   - (c) لا تتيح لكل عنصر فيها الفرصة نفسها في الظهور
   - (d) ليس أياً مما سبق
9. إذا كان حجم العينة يساوي 100 وحجم المجتمع الإحصائي يساوي 2000، فكسر المعاينة يساوي:

   (a) 0.3 (b) 0.5 (c) 0.05 (d) 0.02

10. إذا كان طول الفترة يساوي 40 وحجم المجتمع الإحصائي يساوي 1000، فحجم العينة يساوي:

    (a) 35 (b) 25 (c) 40 (d) 30

🎯 تدرب و تفوق
اختبارات الكترونية ذكية
صفوة معلمي الكويت
UULA.COM © جميع الحقوق محفوظة

أساليب عرض البيانات

القطاعات الدائرية

يمثل الجدول التالي التوزيع التكراري لألوان العيون لدي 40 طالباً ثانوياً:

الفئة	أسود	أزرق	بني	عسلي	زيتي	المجموع
التكرار	13	4	13	6	4	40

- أوجد التكرار النسبي والتكرار المئوي.
- مثّل هذه البيانات بالقطاعات الدائرية.

الفئة	أسود	أزرق	بني	عسلي	زيتي	المجموع
التكرار						
التكرار النسبي						
التكرار المئوي						
التكرار الزاوية						

معلق ⚠

صفوة معلمي الكويت

المنحنى التكراري والمدرج التكراري

يبين الجدول التالي التوزيع التكراري لأطوال 30 طالباً بالسنتيمتر (cm)

الفئة	155-	160-	165-	170-	175-	180-	المجموع
التكرار	4	6	11	5	3	1	30

أوجد مركز الفئات ، ارسم المدرج التكراري ومنه ارسم المنحنى التكراري

الفئة	155-	160-	165-	170-	175-	180-	المجموع
التكرار							



صفوة معلمي الكويت

ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة

1. التكرار النسبي يساوي: قياس الزاوية المركزية لقطاع ×360°

(a) (b)

2. التكرار النسبي = $\frac{\text{مجموع التكرارات}}{\text{تكرار القيمة}}$

(a) (b)

3. مركز فئة -20 طولها 10 يساوي 30

(a) (b)

4. لا يمكن رسم المنحنى التكراري قبل المدرج التكراري

(a) (b)

5. يمكن تمثيل بيانات كمية مستمرة بالقطاعات الدائرية

(a) (b)

ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

في التمرينين التاليين استخدم المدرج التكراري المقابل الذي يمثل أعداد المراجعين في إحدى الوزارات خلال ساعات الدوام اليومي في دولة ما.

6. إجمالي عدد المراجعين هو:

(a) 80 (b) 65 (c) 70 (d) 75

معلق

7. طول الفترة يساوي:

(a) 4 (b) 3 (c) 2 (d) 1

في التمارين التالية استخدم الشكل البياني المقابل الذي يمثل المواد الاختيارية المفضلة لدي طلاب إحدى المدارس البالغ عددهم 200 طالب.

8. كم يساوي قياس الزاوية المركزية لقطاع التربية البدنية؟

(a) 120° (b) 45° (c) 180° (d) 90°

9. كم يبلغ عدد الطلاب المسجلين باللغة الإنجليزية؟

(a) 30 (b) 25 (c) 35 (d) 40

10. كم يبلغ عدد الطلاب المسجلين بالمواد اللغوية؟

(a) 50 (b) 40 (c) 55 (d) 60

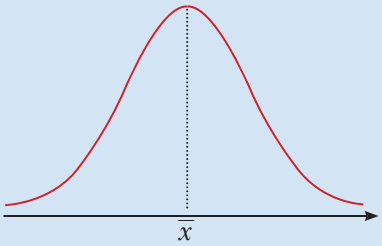
تدرب و تفوق

اختبارات الكترونية ذكية

صفوة معلمي الكويت

القاعدة التجريبية

خواص التوزيع الطبيعي:



- المتوسط الحسابي = الوسيط = المنوال
- المنحنى على شكل ناقوس (جرس) متماثل حول المتوسط الحسابي
- يمتد المنحنى من طرفيه إلى ∞, $-\infty$

القاعدة التجريبية : نستخدمها لدراسة الجودة في مواقف إحصائية متعددة لعينات ذات قيم مفردة محددة

مثال

لاحظت شركة تجارية أن المتوسط الحسابي لأرباحها 475 ديناراً بانحراف معياري 115 ديناراً.
طبق القاعدة التجريبية.
هل وصلت أرباح هذه الشركة إلى 750 ديناراً؟ فسّر ذلك

مثال

يعلن مصنع لإنتاج المصابيح الكهربائية أن متوسط عمر المصباح الكهربائي من النوع (A) هو $700h$ بانحراف معياري $100h$ على افتراض أن المنحنى الممثل لتوزيع عمر المصابيح يقترب كثيراً من التوزيع الطبيعي.
طبق القاعدة التجريبية.

UULA
صفوة معلمي الكويت

أوجد النسبة المئوية للمصابيح الكهربائية من النوع (A) التي يزيد عمرها $500h$

أوجد النسبة المئوية للمصابيح الكهربائية من النوع (A) التي يقل عمرها $400h$

القاعدة التجريبية-التمارين الموضوعية

ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة

1. يمكن أن يكون شكل التوزيع الطبيعي جرساً غير متماثل (a) (b)
2. في التوزيع الطبيعي المنوال والوسيط غير متساويين (a) (b)
3. في التوزيع الطبيعي الفترة $[\bar{x}-\sigma\ ,\bar{x}+\sigma]$ تحتوي على 95% من البيانات (a) (b)
4. في التوزيع الطبيعي 99.7% من البيانات توجد في الفترة $[\bar{x}-3\sigma\ ,\bar{x}+3\sigma]$ (a) (b)
5. تستخدم القاعدة التجريبية لدراسة الجودة في مواقف إحصائية متعددة لعينات ذات قيم مفردة. (a) (b)

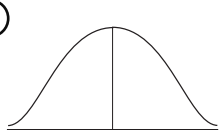
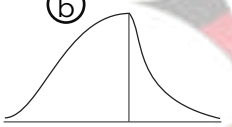
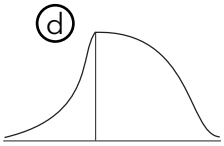
معلق

ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

6. تزعم شركة أن متوسط عمر منتجها هو 50 شهراً مع انحراف معياري 5 أشهر. النسبة المئوية للمنتجات التي يزيد عمرها عن 50 شهراً هي:

(a) 50% (b) 55% (c) 45% (d) 40%

7. التمثيل الأفضل للتوزيع الطبيعي هو:

(a)  (b)  (c)  (d) 

صفوة معلمي الكويت

8. الفترة $[\bar{x} - 2\sigma , \bar{x} + 2\sigma]$ تحتوي على:

ⓐ 68% من البيانات
ⓑ 99.7% من البيانات
ⓒ 90% من البيانات
ⓓ 95% من البيانات

تدرب و تفوق

اختبارات الكترونية ذكية



الوحدة 6 / الإحصاء

القيمة المعيارية

القيمة المعيارية هي مؤشر يدل على انحراف قيمة مفردة من بيانات عن المتوسط الحسابي



$$z = \frac{x - \bar{x}}{\sigma}$$

جاءت إحدى درجات طالب في مادة الفيزياء **15** حيث المتوسط الحسابي **14** والانحراف المعياري **3.8** وفي مادة الكيمياء **15** حيث المتوسط الحسابي **13** والانحراف المعياري **7.8**.
ما القيمة المعيارية للدرجة 15 مقارنة مع درجات كل مادة؟ أيهما أفضل

يسكن خالد في مدينة A حيث إن طول قامته $180cm$ والمتوسط الحسابي لأطوال قامات الرجال في هذه المدينة $174cm$ مع انحراف معياري $12cm$. أما صالح فيسكن في المدينة B حيث إن طول قامته $172\ cm$ والمتوسط الحسابي لأطوال قامات الرجال في هذه المدينة $165cm$ مع انحراف معياري **15**.
أي منهما طول قامته أفضل من الآخر مقارنة مع أطوال الرجال في كل مدينة

صفوة معلمي الكويت

القيمة المعيارية-التمارين الموضوعية

ظلل (a) إذا كانت العبارة صحيحة و (b) إذا كانت العبارة خاطئة

1. القيمة المعيارية $=\frac{x-x}{\sigma}$ (a) (b)

2. القيمة المعيارية تؤشر إلى تشتت قيمة عن بقية قيم البيانات (a) (b)

معلق

3. في بيانات حيث المتوسط الحسابي $\bar{x}=14$ والانحراف المعياري $\sigma=4$ فإن القيمة المعيارية للمفردة $x=16$ هي: $z=0.5$ (a) (b)

4. في بيانات حيث المتوسط الحسابي $\bar{x}=12$ والقيمة المعيارية للمفردة $x=15$ هي: $z=0.4$ فإن الانحراف المعياري $\sigma=7.5$ (a) (b)

ظلل رمز الدائرة الدال على الإجابة الصحيحة.

5. القيمة المعيارية للمفردة 14 مقارنة بقيم بيانات حيث المتوسط الحسابي 12.5 والانحراف المعياري 6 هي:

(a) -0.25 (b) 0.25 (c) 2.5 (d) -2.5

6. القيمة المعيارية لمفردة من بيانات هي 0.625 والمتوسط الحسابي 12 والانحراف المعياري 8 فإن هذه المفردة تساوي:

(a) 7 (b) -7 (c) 17 (d) -17

7. القيمة المعيارية للمفردة 14 من بيانات هي 0.6 والمتوسط الحسابي 11 فإن الانحراف المعياري لقيم هذه البيانات هو:

(a) 0.2 (b) -0.2 (c) -5 (d) 5

8. القيمة المعيارية للمفردة 18 من بيانات هي 0.75 والانحراف المعياري 8 فإن المتوسط الحسابي هو:

(a) 24 (b) 12 (c) -12 (d) -24

تدرب و تفوق

اختبارات الكترونية ذكية

صفوة معلمي الكويت